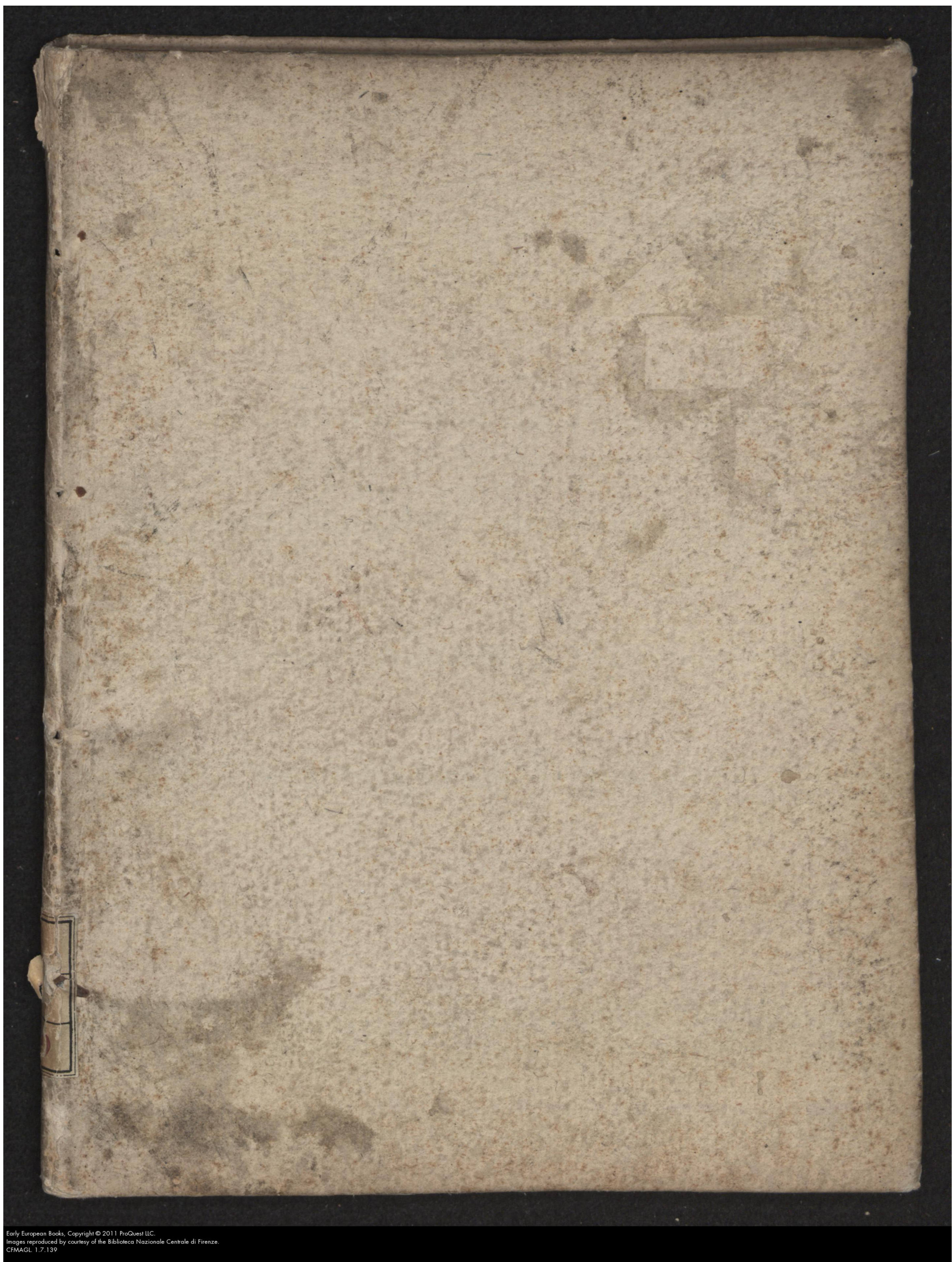
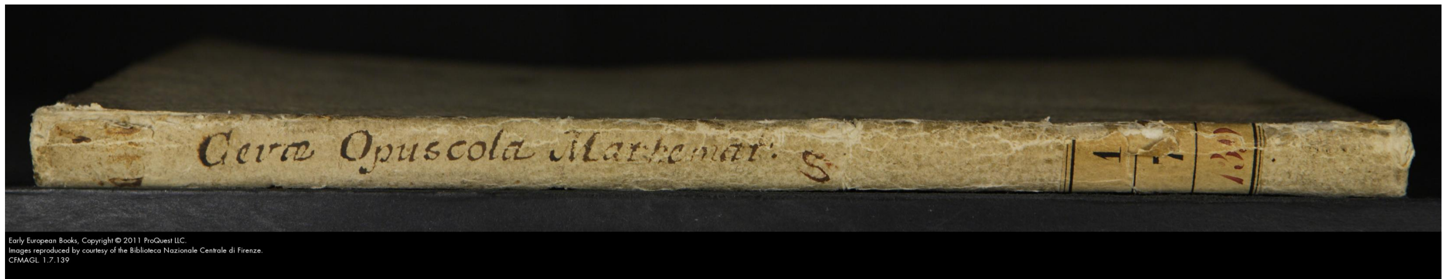
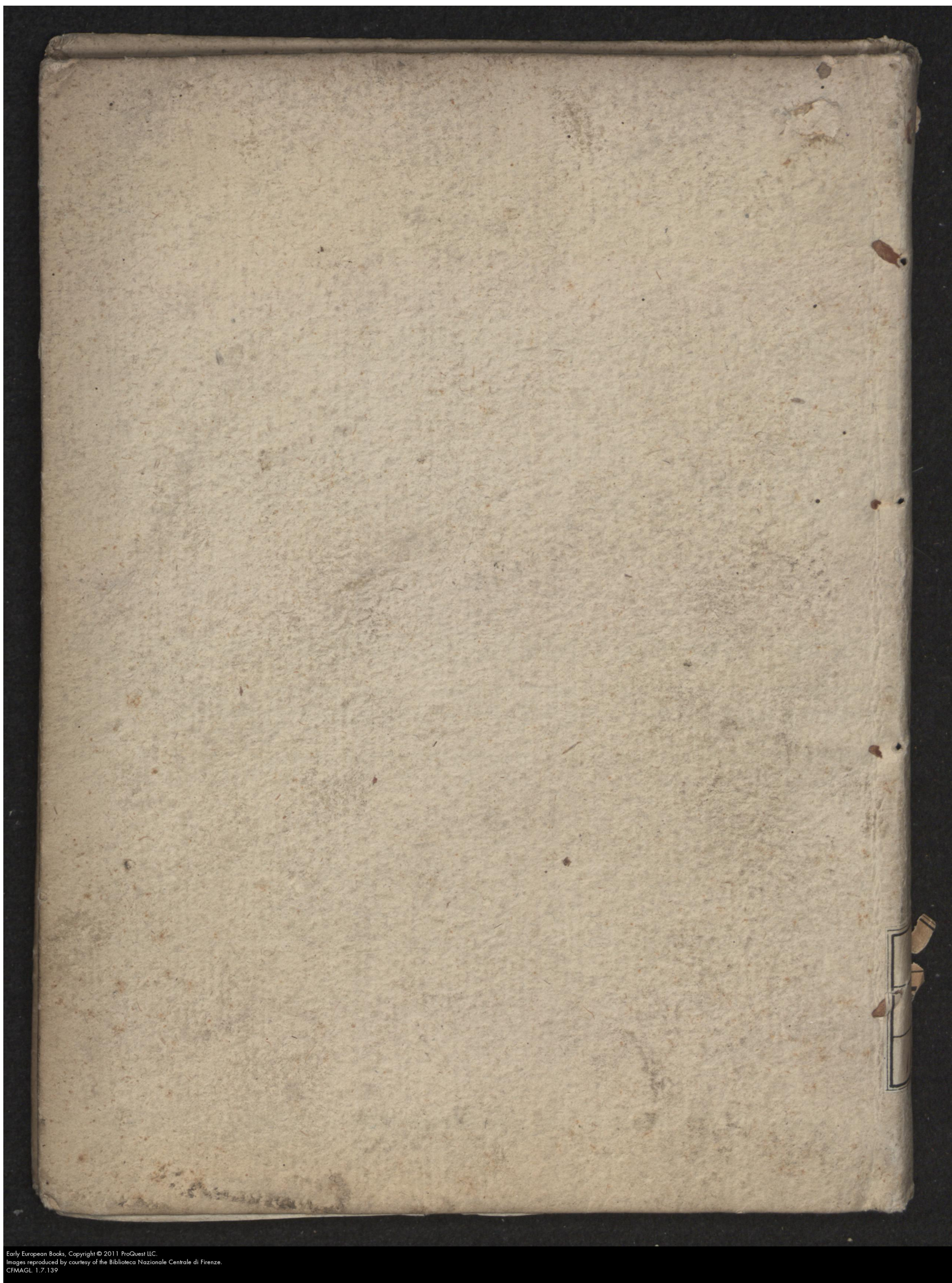



Cevæ Opuscola Mathemat.









XI
CEV.

OPVSCVLA MATHEMATICA

DE POTENTIIS OBLIQVIS,
DE PENDVLIS,
DE VASIS,
ET DE FLVMINIBVS.

IOANNIS CEVÆ

Mediolanensis.







MEDIOLANI

Ex Typographia Ludouici Montiæ. 1682.

Superiorum permissu.

EMINENTISSIMO PRINCIPI

MICHAELI ANGELO RICIO

S.R.E. CARD.



Agno Patrono, ac Iudici, Tibi nimirum, CARDINALIS AMPLISSIME, hac mea qualiacunque, non sine ingenuo rubore subijcio. Minima sunt, & publicam lucem formidant; quantò magis splendorem purpura, atque aciem mentis tua? Adde, alijs curis, alijsque dudum altioribus studijs ac muneribus animum Tibi occupatum, vt laus exigua videri possit, si nomen clarissimi Mathematici obiecerim Tibi, & libellum tuum planè aureum de arcanis Algebra penitissimis, à te in lucem editum, in memoriam reuocauerim. Vicit tamen hac omnia humanitas tua singularis, nec non breuitas ipsa voluminis in quatuor exigua opuscula distributi. Noua sunt pleraque, & nonnulla hucusque desiderata; eaque perstringam paucis, ne, si quando per otium tibi licuerit, in eorum delectu sit laborandum. In primo tractatu de potentijs obliquis, mobilium varios effectus, iuxta multiplices virtutes, atque directiones, mechanicè prius demonstratos, geometricè subinde expendo. In secundo de pendulis, angulum incidentia aqualem angulo reflexionis, cui principio nituntur vniuersa

ca-

catoptrica, obiter demonstro; dein quænam sint momenta corporum, dum in descensu per plana ad horizontem inclinata, vel rotantur, vel eadem radunt; denique (quod institutum est) tempora, quibus vibrantur duo pendula æquè inclinata ad suum perpendiculum, esse vt longitudines pendulorum, non verò in subduplicata ratione ipsarum. Sequitur tertius de vasis, in quo rationes, quas habent inuicem altitudines, tempora, & velocitates aquarum è luminibus erumpentium, afferuntur. Tandem agimus de fluminibus, atque obiter ostendimus, inæqualitatem grauitatis specificæ oriri precisè ex maiori, vel minori densitate corporum; docemus subindè penduli ope metiri in quocunque fluminis loco eiusdem velocitatem, & quantitatem.

Hæc succisiuis horis à me elaborata, amicorum hortatu in lucem dedi; quorum, si quidpiam arriserit Tibi, Mæcenas Eminentissime, fructum amplissimum horum studiorum cæpisse arbitrabor; animosque addes, vt ijsdem continuatis maiora etiam aggrediar. Faciant interim Superi immortales, vt bonæ artes te incolume diu fruantur, diuque suspiciat Roma atque Orbis, exemplar vitæ integerrimæ, Ærarium omnigenæ eruditionis præsertim sacræ; animumque maiorem ipsâmet purpurâ.

Eminentiæ Tuæ Reuerendissimæ

Humillimus, & obsequentissimus Seruus
Ioannes Ceua Academiæ Physicomathematicæ Romanæ Socius.

DE POTENTIIS OBLIQVIS
Tractatus Geometricomechanicus

EXPLICATIO TERMINORVM.



CVM dicimus ex. gr. mobile A esse affectum virtute AB; intelligimus ipsum mobile tale in se principium habere, vt feratur secundùm lineam AB habens in principio motus, nempe cum est in A, potentiam ab ipsa AB linea dimensam. *Fig. 1. Tab. 1.*

Quod si idipsum mobile dicamus affectum pluribus virtutibus, hoc est AB, AC; Sensus erit quòd mobili insit tale principium tendendi secundùm vtranque lineam AB, AC; vid. per AB, operante virtute AB, & per AC virtute AC; quamuis si moueretur mediam inter vtranque lineam susciperet viam, aliâ quadam virtute ab expositis resultante: hanc verò quomodo vestigare possimus docebimus infra.

AXIOMA I.

Si mobile fuerit affectum duabus virtutibus æqualibus in eadem recta linea impellentibus, sed ad partes oppositas, sistetur immotum.

AXIOMA II.

Si mobile fuerit affectum duabus, vel pluribus virtutibus in eadem recta linea operantibus, & ad eandem partem tendentibus, in hanc ipsam partem feretur mobile tantò potentiæ, quantum est aggregatum dictarum virtutum.

PROP. I. THEOR. I.

SI mobile sit affectum duabus virtutibus inæqualibus in eadem linea recta in oppositum tendentibus feretur illud ad partes maioris virtutis tantâ virtute, quanta est differentia datarum. *Fig. 2. Tab. 1.*

Sit mobile A affectum virtutibus A B, A D, inæqualibus, tendentibus in oppositas partes B D, sintque ambæ in eâdem rectâ B A D; & earum differentia sit C D. Dico mobile latum iri ad partes D, potentiâ C D.

Nam virtutes A C, A B sunt æquales in eâdem recta operantes, & in oppositum nitentes; ergo cum ponantur inseparabiles ab ipso mobili, necesse est mobile earum vi librari; Sed excessus C D non habet cum qua alia virtute pugnet, ergo debet ipsum mobile virtute C D moueri.

SCHOLIVM.

Hic lectorem monitum volo, quoties dicimus ex. gr. virtutem aliquam A D, sensum esse mobile A respectu huius virtutis tendere in D; quod si diceremus D A, tunc concipiendum esset idem mobile A tendens ad partes B virtute D A; quamobrem diligenter attendendum est; quoties enuntiamus virtutes, quasnam litteras primo, & quas secundo loco exprimamus.

PROP. II. THEOR. II.

Fig. 3. Tab. 1. Mobile A tendat in B virtute A B, & super hanc lineam, tanquam hipothenusam sit triangulum rectangulum A C B ex infinitis, quæ poni possunt: Dico mobile affectum illa virtute, niti secundùm A C virtute A C; & secundùm lineam parallelam ipsi C B à puncto A deductam niti virtute C B.

Gal. de motu Proiec. & equ. pr. 2. Borellius de vi percuss. pr. 14. Si enim concipiamus mobile A cucurrisse spatium A B æquabili motu; idem mobile percurrisset distantiam A C eodem tempore, motuque æquabili, quare vt spatium A B ad spatium A C, ita velocitas per A B ad eam per A C; verùm vt sunt velocitates inter se, ita virtutes motrices, cum igitur virtus per B A sit B A, illa per A C erit A C. Idem ostendemus respectu lineæ ductæ ex A parallelæ ipsi C B.

PROP. III. PROB. I.

Dato mobili affecto duabus virtutibus, reperire mediam viam per quam dirigatur, & potentiam motricem.

Fig. 4. & 5. Tab. 1.

Si virtutes sint in eâdem recta, vel tendent ad easdem partes, vel non;

non; si ad easdem partes, potentia erit aggregatum virtutum, & directio ipsa linea, in qua sunt virtutes suppositæ; si non tendant ad easdem partes, in oppositas spectabunt, cum sint in eadem linea; itaque vel sunt æquales, vel non; si æquales nulla erit directio, neque potentia; si inæquales, iam ostendimus in primo huius esse directionem, seu viam motus lineam illam in qua virtus maior, potentiam verò qua moueretur differentiam virtutum.

Sed non sint in eadem recta; itaque mobile ponatur A, & virtutes, quibus est affectum exprimantur rectis lineis AB, AC. Iungatur BC quâ diuisâ bifariam in puncto D iungatur AD, & producatur indefinitè ad partes D; tum secetur DE æqualis AD; dico AE, seu duplam ipsius AD esse quæsitam potentiam, & viam quâ dirigitur mobile sic affectum.

A puncto A cadat perpendicularis AG in lineam BC, eâque productâ, sumatur GF æqualis AG, iunctâ modo EF, erit parallela ipsi DG; est autem DG perpendicularis ipsi AF, ergo etiam EF.

Iam verò quoniam virtus AB producit duas virtutes AG, GB, & AC duas AG, GC; virtutes AB, AC resoluentur in quatuor virtutes AG bis, & duas GC, GB; Sed in primo casu duæ virtutes GC, GB æquiualent differentiæ ipsarum, & in secundo earundem aggregato, nempe FE, quod quidem inferius lemmate ostendemus, ergo virtutes AB, AC proueniunt ex virtutibus AF, duplâ ipsius AG, & FE; hæc autem duæ producunt AE; ergo AE est quæsita potentia, & directio secundùm quam ferri debet mobile sic affectum. *Prop. 2. huius. 1. huius. ax. 2.*

LEMMA.

Quod verò assumpsimus, videlicet in quarta figura esse FE differentiam virtutum, seu linearum GC, GB; & in quinta figura, aggregatum earundem linearum, hoc modo fiet manifestum.

Quia in primo casu BD est æqualis DC ex constructione, erit BG maior ipsa GC, excessu DG, atquè adeo ablata DG ex DC erit excessus lineæ BG supra GC dupla ipsius DG; sed DG ad EF, est vt DA ad AE, nempe vt 1 ad 2, ergo excessus, siue differentia ipsius BG supra GC erit æqualis EF.

In quinta verò figura, quia BD, DC sunt ęquales, erunt tres lineę GB, GD, GC arithmeticè proportionales; idcircò dupla mediæ GD æqualis erit duabus simul lineis extremis GB, GC; verum

dupla eiusdem D G, vt superius diximus, est æqualis lineæ F E, ergo F E est æqualis aggregato linearum G C, G B, quod &c.

COROLLARIVM.

Hinc manifestum est, si iungantur B E, C E, esse B A C E parallelogrammum, cum diametri B C, A E se inuicem bifariam secent; itaquè si à punctis C, B nulla habita ratione diametrorum ducantur parallelæ vt impleant parallelogrammum B A C E, datum erit punctum E, & consequenter alio artificio comperta erit quæsita potentia A E.

PROP. IV. PROB. II.

DAto mobili tribus, seu quotcunque virtutibus affecto, inuenire directionem mobilis sic affecti, nec non potentiam motricem. *Fig. 6. Tab. 1.*

Ex tribus virtutibus A B, A C, A D sumptis duabus quibuscunque A B, A C, ex antecedenti reperiatur potentia ex ijsdem resultans A E. Iam mobile A est perinde ac si tantum duabus A E, A D virtutibus affectum esset; ideo fiat ex duabus A E, A D alia virtus A F, quæ resultabit ex tribus propositis A B, A C, A D; ideoque A F erit directio, & potentia quæsita; quod si plures extiterint eodem artificio vtemur.

SCHOLIVM.

Hic licet considerare quomodo ex varia constructione reperiatur idem punctum F; nam in hoc simplici casu possumus id præstare triplici constructione pro triplici combinatione duarum virtutum ex illis tribus ad libitum assumendarum; quod, si res ferret, possem geometricè ostendere, faciam tamen imposterum, vt veritates hæ mechanicæ in luce geometrica collocentur.

PROP. V. PROB. III.

INuenire potentiam cum tali directione, quæ valeat sistere quoddam mobile affectum quotcunque virtutibus. *Fig. 7. Tab. 1.*

Sit mobile A affectum virtutibus A G, A B, A C, A D, debemus reperire potentiam cum ea directione, quæ sistat mobile A.

Ex virtutibus A G, A B, A C, A D fiat ex antecedenti vnica A E, & productâ huiusmodi lineâ versus A, secetur A F æqualis ipsi

A E;

AE; dico inuentam virtutem AF, resistere in illa positione virtutibus AB, AC, AD, AG, ita vt sistat mobile A; nam mobile A afficitur dictis virtutibus, perinde ac si afficeretur vnicâ AE, cui cum in eadem linea contranitatur virtus AF æquali vi, necesse est, vt sequatur æquilibrium.

AXIOMA III.

Si fuerit mobile quibusdam libratum virtutibus, quotlibet earum æquè reliquis obsistent.

PROP. VI. THEOR. III.

SIT libratum mobile A affectum virtutibus AB, AC, AD, ductâ deinde vtcunque rectâ FAG per A transeunte, demittantur perpendiculares BF, CG, DE: dico AF, AE simul æquales esse rectæ AG ex altera parte: itemque duas perpendiculares BF, CG simul esse æquales constitutæ in alia parte perpendiculari DE. *Fig. 8. Tab. 1.*

Quoniam mobile A ponitur libratum virtutibus AB, AC, AD, si vnaquæque ipsarum, nempe AD statuatur pro vna parte æquilibrij, reliquæ efficient alteram partem; sed virtutes ED, AE *ax. 3.* possunt ipsam AD, item FB, AF producunt AB, & demum GC, *pr. 2.* AG tantundem pollent, ac ipsa AC; ergo virtutes simul ED, AE æquè obsistent virtutibus simul FB, AF, GC, AG. Quia verò virtutes AE, AF, AG operantur in eadem linea FG, nec mobile secundùm hanc mouetur, erunt virtutes AF, AE æquales virtuti AG, & lineæ pariter lineis. Deinde cum prædictum mobile nequeat moueri, neque secundùm perpendicularem ipsi FG; hinc fit, vt virtus ED sit æqualis duabus virtutibus FB, GC, quod &c.

Si verò plures extiterint virtutes, quibus mobile libratum maneat, eodem modo ostendemus propositum.

IDEM GEOMETRICE'. PERICVLVM I.

HOC vt possimus geometricè ostendere, statuendum est si producatur DA, fiatquè AL æqualis AD; lineam CB, & productam AL mutuò bifariam secari in H; virtus enim AL fit ex duabus AC, AB. Agantur iam perpendiculares HMI, LK, *Pr. 3 5. huius.* & BMN parallela GF; ostendendum est geometricè lineam

ED,

ED, hoc est LK esse æqualem duabus CG, BF; item AE, AF, seu AK, AF esse æquales simul ipsi AG. Est enim CB ad BH, vt NB ad MH; sed CB est dupla ipsius BH, ergo etiam NB dupla erit ipsius MH; quare BF superat eodem excessu HI, quo IH ipsam GC (nam æquales sunt tres GC, IM, FN inter se): cum igitur sint arithmeticè proportionales prædictæ lineæ, erit dupla mediæ HI, hoc est LK, nempe ED æqualis duabus simul extremis CG, BF. Similiter, quia IG est æqualis IF, erit IA semidifferentia duarum AG, AF; quare KA dupla ipsius AI erit differentia duarum AG, AF, & propterea AF vnà cum differentia KA, seu AE erit æqualis ipsi AG, quod &c.

SCHOLIVM.

Vides quam bene respondeat mechanica hæc doctrina geometricis rationibus, cum ipsæ demonstrationes geometricæ accedant tanquam examina, ad id, quod mechanicè tradimus.

PROP. VII. PROB. IV.

Fig. 1. Tab. 2. SIT mobile, aut graue A alligatum funiculis BA, DA, quorum beneficio pendeat ex libra recta BD, & ponamus EA esse directionem, seu perpendiculum eiusdem corporis A: quæritur iam, quæ proportio sit virium dictorum funiculorum, librâ prius quiescente suspensa ex E (quiescet enim cum libra sic onusta BDA vicem gerat funependuli EA in perpendiculo constituti) Agantur à puncto E perpendiculares EF, EG in funiculos AD, AB, & imaginemur lineam GEF esse quandam inflexam libram, ex qua pendeat mobile in eodem, quo erat statu; certum est hanc quoque inflexam libram GEF suspensam ex E vnà cum graui sic alligato fungi munere funependuli EA, ideoque suspensa omnia prorsus immota manere; ex quo sequitur id, quod inferius fiet notum, videlicet virtutem trahentem extremum F ad virtutem trahentem extremum G esse in eadem ratione, in qua reciprocè est radius EG ad radium EF; verùm sublatâ librâ GEF, & substitutâ BED, virtus, quæ erat in F succedit in D; itemque illa, quæ in G transit in B (nam funiculi sunt ijdem, eodemque modo sustinentes mobile A) ergo vt EG ad EF, ita virtus in D ad ipsam in B; hoc est, ita vis ad vim funiculorum.

LEM-

LEMMA.

Quod verò assumpsimus, nimirum esse GE ad EF, vt vis in F ad vim in G hoc modo probatur.

Sit circa centrum E volubilis trochlea HG, cuius radius sit ęqualis EG, brachio videlicet libræ GEF, & ponamus ipsum brachium coherens eidem trochleę, ita vt vnà moueantur quoties fieri potest circa punctum E fixum. Protrahamus modò FE vsque ad circumferentiam trochleæ, ita vt FEH libram referat, & HI, GK funiculos, qui cum tangant circuli peripheriam, erunt perpendiculares ipsis HE, GE. Libra GEF supponitur in æquilibrio viribus existentibus perpendicularibus in F, & G; sed si eadem virtute, qua trahimus funiculum GK trahamus ipsum HI, non idcircò mouebitur punctū F (nam eadem vi resistimus potentiæ in F, siue attrahamus funiculum GK, siue ipsum HI) ergo cum eâdem vi adhibita in H, quæ in G reddatur immobilis libram HEF circa centrum E, liquet esse HE ad EF, vt vis in F ad vim in H; est autem HE æqualis EG, & vis in H æqualis illi in G, nec non ambæ perpendiculares ad radios; ergo vt GE ad EF, ita vis in F ad vim in G, quod &c. *Fig. 2. Tab. 2.*

SCHOLIVM.

Hinc liquet quomodo se habeat malleus extrahens clauos. Fit namque inflexa quædam libra, seu vectis, in quo resistentia claui, & adhibita potentia in extremo manubrij sunt virtutes hinc inde in extremitatibus libræ, centrum verò, seu hypomoclion, vbi nititur malleus.

GEOMETRICE' PERICVLVM II.

Iisdem manentibus, quæ in fig. 1. Tab. 2., secetur vlterius BD bifariam in L, & demittatur parallela ipsi EA occurrens BA in H, productâ si opus est. Dico BH ad DI esse vt EF ad EG; & insuper LI ad LH, vt BE ad ED. *Fig. 3. Tab. 2.*

Componitur EF ad EG ex rationibus EF ad EA, & EA ad EG; verum, vt EF ad EA, ita DN ad DI, & EA ad EG est vt BH ad BM, vel ad æqualem DN; ergo ex perturbata, erit vt EF ad EG, ita BH ad DI, quod erat primum.

Deinde BE ad ED fit ex rationibus BE ad EA ad ED; sed BE ad EA est vt BL ad LH; & EA ad ED, vt LI ad LD, seu ad æqualem BL; ergo rursus ex perturbata, erit BE ad ED vt IL ad LH, quod &c.

PROP.

PROP. VIII. THEOR. IV.

Fig. 4 Tab. 2. Isdem manentibus ostendemus mechanicè secundam partem prædicti lemmatis, videlicet esse BE ad ED, vt reciprocè LI ad LH.

Intelligamus in E clauum circa quem conuertibilis sit libra BD; liquet ex sæpedictis, hanc vnà cum graui A suspenso nullo modo moueri; nam omnia sic suspensa sunt loco penduli EA in perpendiculo quiescentis, quo posito, quia in prima parte præcedentis lemmatis demonstrauimus EF ad EG esse, vt BH ad DI, & in præcedenti septima propositione erat vis in B ad vim in D, vt EF ad EG, sequitur, vt vis in B ad vim in D sit vt BH ad DI; sunt autem BH, DI directiones virium funiculorum, ergo ductis perpendicularibus IK, HM ad libram BD, fient ex DI virtutes DK, DI, & ex BH duæ BM, MH; verùm perpendicularis vis KI est illa quæ operatur in D, & perpendicularis MH illa quæ agit in B; ergo, cum reliquæ duæ nitantur tantùm secundùm longitudinem libræ, quibus resistit clauus in E, erit ob æquilibrium virtus KI ad virtutem MH, vt BE ad ED, quod &c.

PROP. IX. THEOR. V.

Fig. 4. 5. Tab. 2. Isdem positis fiat EO æqualis differentiæ duarum BM, KD (modo AE non sit perpendicularis ipsi BD; nam cum in illo casu nulla prorsus sit differentia, hæc propositio locum non haberet) dico lineam ON perpendicularem, videlicet inter O, & productam lineam AEN esse æqualem duabus simul perpendicularibus HM, IK.

Nam virtus, quæ in directione perpendiculi EA sistit libram sublato clauo ex E puncto debet producere talem orizontalem virtutem EO, vt vnà cum BM æquè pugnet cum contraposita DK, alioquin libra BD, quæ in æquilibrio supponitur, in alteram partem moueretur, quod est absurdum. Liquet ergo hanc orizontalem virtutem fore æqualem EO, & quia anguli NEO, NOE sunt simul minores duobus rectis (ponitur enim NED acutus) conuenient propterea duæ EN, ON: coeant in N. Quoniam igitur in directione AEN est virtus totalis, seu librans mobile A;

hæc

hæc autem virtus, quæcunque sit, fit ex duabus, nempè ex data orizontali EO, & alterâ perpendiculari virtute erigenda ex O: operante tamen in E; tres autem hæ lineæ debent componere triangulum rectangulum, nempè ENO; idcirco virtus totalis librans erit EN, & virtus illa perpendicularis ON, quippe pugnans ex æquo cum duabus contrapositis virtutibus KI, MH, erit æqualis duabus KI, MH; hoc est linea ON æquabitur ipsis IK, MH, quod &c.

GEOMETRICE' PERICVLVM III.

Libet modo eandem veritatem geometricè ostendere, videlicet ON esse æqualem duabus simul KI, MH.

Quoniam est analytico more HM + KI = ON; erit etiam ML + KL = EO, & facta anthitesi cum + BM, erit BL + KL = EO + BM, sed ex constructione præcedentis est EO + BM = KD; ergo BL + KL = KD, & rursus facta anthitesi cum − KL, relinquitur BL = LD. *Fig.4.5. Tab.2.*

Itaque componatur sic; quoniam BL est æqualis ipsi LD ex constructione, si additur communiter KL, erit BL plus KL æqualis KD; sed KD est æqualis duabus simul EO, MB; ergo BL cum KL erit æqualis ipsi EO cum BM, & dempta communi BM, erit ML cum KL æqualis EO; sed eadem est ratio duarum ML, KL simul ad EO (ob triangulorum similitudinem KIL, LMH, NEO) quæ duarum simul HM, KI ad ON, ergo sicuti prima, & secunda sunt inter se æquales, ita tertia, & quarta nempe HM cum KI æqualis erit ON, quod &c.

COROLLARIVM I.

Hinc repertis duabus virtutibus BH, DI inuenitur totalis virtus, quæ librat mobile, ostendimus enim fuisse EN.

COROLLARIVM II.

Similiter constat, quæ sint virtutes perpendiculares prementes in B, & D, fuerunt videlicet KI in D, & MH in B.

COROLLARIVM III.

Item quæ virtutes transuersales in ijsdem punctis B, & D; namque in B fuit BM, in D verò DK.

COROLLARIVM IV.

Cum verò puncta EL incidunt in idem punctum, constat, vt

videre est in quinta figura, vires funiculorum perpendiculares æquales esse.

PROP. X. THEOR. VI.

Fig. 6. Tab. 2. SIT rursus mobile A pendens ex libra D B vi funiculorum D A, B A; hæc libra si suspendatur ex E (quoniam E A perpendiculum ponitur) erit in æquilibrio. Producantur lineæ D A, B A ad partes A, fiatq; A Q æqualis virtuti D I, & B H virtus æqualis A P, iunctâ verò Q P, producatur etiam N E A, vt occurrat iunctę Q P in R. Ostendo iam totalem virtutem E N æqualem esse duplo virtutis A R; & præterea Q R æqualem esse R P.

Quoniam mobile A habet in directione D A Q virtutem D I, seu A Q; simulque in directione B A P virtutem B H, seu A P, erit idem mobile affectum duabus virtutibus A Q, A P, est autem (vt ostendimus supra) E N virtus librans; ergo in ipsius directione N E A R erit virtus, quæ fit ex duabus A Q, A P; quæ cum bifariam debeat diuidere lineam Q P, constat primum Q R æqualem esse R P; deinde cum dupla A R sit virtus, quæ fit ex duabus A Q, A P; quæ verò fit ex his virtutibus, sit illa quæ producitur ex virtutibus D I, B H, quæ sunt æquales prioribus; erit ergo E N ex his prouenìens dupla A R, quod &c.

GEOMETRICE' PERICVLVM IV.

Fig. 6. Tab. 2. PRotrahatur E R, & ex punctis Q, P agantur P S, Q T parallelę B D, secantes E R productam in S, T; inde analyticè; quoniam Q R = R P; estq; Q R : R P : : Q T : S P, erit etiam Q T = S P; verùm in triangulis similibus B H L, P A S, latus P A = H B; ergo erit S P = B L; item in duobus triangulis similibus Q A T, I L D est Q A = I D; ergo etiam Q T = L D, quare B L = L D.

Iam sic componitur. Quoniam recta B L est æqualis ipsi L D; erit etiam Q T æqualis S P; nam triangulum A P S est æquale, & simile triangulo B L H; itemque A Q T similiter æquale triangulo L D I; est autem vt Q T ad S P, ita Q R ad R P ob parallelas Q T, S P; ergo Q R est æqualis R P, quod &c.

Secundo. Cum triangulum A Q T sit similiter æquale triangulo L I D; pariterque ipsum A S P ipsi B H L; erit A T = L I, &

AS

AS = LH, est autem & RS = RT; ergo sunt arithmeticè proportionales tres AT, AR, AS; & propterea dupla AR; hoc est ipsa NE, quæ est in quæstione erit æqualis duabus AT, AS, seu duabus LI, LH; sed LI + LH: EN:: LK + LM: OE; ergo vt IL + LH = EN, ita LK + LM = OE; id quod in periculo tertio ostendimus.

Compositio. Cum LM + LK sit æqualis ipsi OE; erit etiam HL + IL æqualis EN; sed ob similitudinem triangulorum, & æqualitatem, LID, AQT, BHL, SAP, est LI æqualis AT, & AS æqualis LH; ergo duæ simul AT, AS erunt æquales duabus simul IL, LH, hoc est ipsi EN, sunt autem AT, AR, AS arithmeticè proportionales, cum excessus TR, RS sint æquales; ergo dupla AR erit æqualis AT, AS simul, hoc est EN, quod &c.

SCHOLIVM.

Ex ijs quæ hactenus ostendimus agnoscere licet vitium communis stateræ; nam virtutes pendentium ponderum, quæ debent respondere ex aduerso longitudinibus stateræ, necesse est eidem stateræ insistant perpendiculariter; quod fieri non potest, cum tendant ad centrum Mundi.

PROP. XI. PROB. V.

PEndeat mobile A ex libra qualibet curua BED interpositis funiculis BA, DA; & EA sit directio virtutis librantis, hoc est sit perpendiculum; oportet iam inuenire funiculorum vires, & deinde vim totalem librantem. *Fig. 7. Tab. 2.*

Ducatur BD, quam secemus bifariam in G, à quo puncto ducatur GIK æquidistans perpendiculo EFA secans funiculos in I, & K; dico virtutem funiculi DA esse DK, & illam funiculi BA esse BI; nam si putemus lineam BD esse quandam libram rectam suspensam ex F; in hoc statu quiescet, & erunt virtutes funiculorum (ex prop. 7.) ipsæ BI, DK: ablatâ verò librâ BD, & substitutâ curuâ BED, perseuerant in funiculis eædem vires; ergo primùm constat vires funiculorum DA, AB esse DK, BI; Deinde si concipiamus mobile A affectum virtutibus DK, BI, & ex his producatur vnica virtus EL, hæc erit virtus sustinens se solâ mobile A, quod &c.

PROP. XII. THEOR. VII.

Fig. 1. Tab. 3. SIT rursus mobile A pendens ex libra BFD suspensâ, ac librarâ ex E; virtutes funiculorum sint DK, BI; & cum mobile sit affectum duabus virtutibus DK, BI, inueniamus EM virtutem librantem, quæ nempè cadet in perpendiculum EA; tum ductis perpendicularibus KG ipsi ED, & IF ipsi BF, liquet virtutes funiculorum DK, BI, hoc est virtutem FM fieri ex quatuor virtutibus GK, DG, BF, FI; dico virtutem GK ad virtutem FI esse vt est EB recta linea ad rectam ED; hoc est mechanicè esse rectam GK ad FI, vt BE ad ED.

Librentur duæ virtutes BF, DG virtute EN, quod vt præstemus debemus intelligere in E affectionem duarum virtutum DG, BE; librentur subinde duæ virtutes EN, FM virtute FL; cum ergo tres virtutes FL, EN, FM libratæ inter se sint, constat duas EN, FL æquè reniti ipsi EM; hoc est omnibus GK, DG, BF, FI; Virtus verò EN est illa, quæ librat virtutes BF, DG; ergo reliqua FL erit ea, quæ librat reliquas duas virtutes GK, FI perpendiculariter operantes in punctis D, B. Eritque sic libra BED, cum ipsis virtutibus GK, FI, librata virtute FL; itaque, vt euenit in ponderibus, erit GK ad FI, vt reciprocè BE ad DE, quod &c.

IDEM GEOMETRICE' PERIC. V.

Fig. 2. Tab. 3. RVrsus analyticè HM : IK : : BE : ED; ergo HM ⨯ ED = IK ⨯ BE; & sumptis medietatibus, erit triangulum BEI æquale triangulo EHD; facta modo anthitesi cum + triangulo HIA, quod est æquale triangulo EHI (sunt enim intra easdem parallelas, ac in eadem basi constituta) erit triangulum BEI + IAH = quadrilatero EIHD, & rursus facta anthitesi cum − triangulo IAH, erit quadrilaterum EIAD = triangulo BEI. Nunc si auferamus triangulum EIA ex quadrilatero EIAD, substituaturq; ipsum ALE = EIA (vtpote inter easdem parallelas, & in eadem basi constituta), erit triangulum EDA + ELA = EBI triangulo; Sunt autem prædicta triangula simul EDA + ELA ad EBI vt summa illorum altitudinum, ad altitudinem huius; in qua ratione est recta DL ad LB; ergo BL = LD, id quod nempè construximus.

Si igitur fiat compositio patebit propositum, quod &c.

COROLLARIVM.

Constat artificium inueniendi virtutem librantem duas virtutes GK, FI, vidimus enim esse EL.

PROP. XIII. THEOR. VIII.

SIT rursus inflexa libra BED, & à punctis D, B excitentur perpendiculares infrà ipsam BED, quæ coeant in N; Secetur deinde ON æqualis MH, & PN ipsi KI; tum iunctâ PO, itemque NE; dico mechanicè hanc secare PO bifariam in Q. *Fig. 3. Tab. 3.*

Quoniam virtus librans virtutes MH, KI, transit per E, similiter quæ librat duas virtutes ON, PN prouenit ab N; virtutes verò MH, KI sunt censendæ perpendiculariter eductæ à punctis D, B, ex quibus veniunt ipsæ virtutes ON, PN æquales, & similiter directæ duabus prædictis MH, KI, erit virtus, quæ fit ex duabus ON, PN, eadem ac illa, quæ prouenit ex duabus MH, KI; itaque hæc transibit per E, & N, eritque in directione EN; sed virtus, quæ fit ex duabus ON, PN diuidit PO in partes æquales; ergo hoc idem præstabit linea ipsa NE, quod &c.

GEOMETRICE' PERIC. VI.

MAnente eadem figura, ducantur præterea ad eandem EN perpendiculares OS, PR. *Fig. 3. Tab. 3.*

Analyticè. Quoniam PQ = QO, erit quoque PR = OS; verùm NO ad NP componitur ex rationibus NO ad OS, & RP, seu OS ad PN; estq; NO ad OS, vt EN ad ED, & vt RP ad PN, ita BE ad EN; ergo ex perturbata erit vt NO ad PN; hoc est vt HM ad IK, ita EB ad ED; quod quidem vtroque genere, mechanicè, ac geometricè conclusimus.

Compositio. Quia ostendimus esse BE ad ED, vt HM ad IK, seu vt NO ad NP; & componitur NO ad NP ex tribus rationibus NO ad OS ad RP ad PN; ipsa verò EB ad ED, ex tribus EB ad EN ad EN ad ED; ablatis hinc inde similibus rationibus, nempè NO ad OS, & RP ad PN ex proportione NO ad PN; atque ex altera proportione EB ad ED demptis EB ad NE, & NE ad ED; restat proportio OS ad RP similis proportioni NE

ad NE; æqualitatis nempè, quare OS æqualis erit RP; & ob æquidistantes OS, RP; OQ erit æqualis PQ, quod &c.

PROP. XIV. THEOR. IX.

Fig. 4. Tab. 3.

SIT quadrilaterum ACLF, cuius diameter AL secetur bifariam in K, tum iungatur FK, quæ producta occurrat lateri AC in M. Iam acceptâ MG duplâ ipsius KF demittatur perpendicularis GB in AC, & FI in AL; Dico esse GB ad FI, vt reciprocè AL ad AM.

Concipiamus AL quandam rectam libram, ex qua pendeat mobile F interpositis funiculis AF, LF; sitque MKF perpendiculum; ex quo sequitur ipsam libram suspensam ex K, quiescere debere in eodem statu, & cum AK sit æqualis KL; constat satis ex dictis virtutes funiculorum commensurari longitudinibus ipsorum; hoc est virtutem funiculi LF esse rectam LF, & virtutem alterius funiculi esse longitudinem AF; Mobile igitur F, est affectum virtutibus LF, AF; & quia GM dupla est ipsius FK diuidentis bifariam rectam AL; erit eadem GM virtus librans mobile secundùm directionem, seu perpendiculum MF; itaque si intelligamus MAL libram quandam inflexam, & suspendamus illam ex M virtute GM; hæc sanè virtus sistet dictam libram (nam mobile ita suspensum, vt sæpe diximus, perinde est, ac si foret pendulum MF) quare in dicta libra operantur tres virtutes, GM rapiens sursum extremum M radij MA; LF trahens deorsum extremum L alterius radij AL; & tandem AF sistens libram MAL ex centro A. His positis virtus LF producitur ex duabus virtutibus LI, IF; & virtus GM fit ex duabus BM, GB; quare virtus AF librat quatuor virtutes IF, GB, LI, BM; Ex duabus LI, BM, quarum affectio est in A, fiat virtus easdem librans AD; & conceptâ in E affectione duarum virtutum AD, FA; has item libremus, virtute nempe AE; cum ergo tres virtutes AD, AE, FA in æquilibrio ponantur; patet duas quaslibet virtutes AD, AE æquè pugnare cum reliqua FA; & ideo AD, AE neglectis alijs, vicem gerere ipsius AF; Hinc fit vt duæ virtutes AD, AE sistant libram inflexam operantibus etiam virtutibus IF; LI in L, & BM, GB in M; sed ex his quatuor, duæ LI, BM, librantur virtute AD; ergo reliqua AE, æquè pugnabit cum duabus perpendicularibus virtutibus

IF,

IF, GB; quare, ponderum more, erit AM ad AL, vt reciprocè IF ad GB.

SCHOLIVM.

Idem ostendemus existente ex altera parte libra inflexa ALM, si primum iungamus ML; inde in hanc demittamus à puncto G perpendicularem: ostendemus inquam perpendicularem hinc ad FI, esse vt LA ad LM.

GEOMETRICE' PERIC. VII.

QVoniam ponimus AM : AL : : IF : GB; erit AMXGB = ALXIF; & ipsorum dimidia, nempe triangulum GAM = ALF triangulo, & facta anthitesi cum – KAF triangulo, erit triangulum LKF = MAK + AFG triangulis; hoc est triangulum LKF = AKF triangulo; (nam KM + GF = KF) ergo est AK = KL.

Compositio, satis patet cõuertendo id quod analyticè diximus.

PROP. XV. PROB. VI.

PEndeat mobile L ex libra recta AB suspensum tribus funiculis BL, DL, AL; & datis quibuscunque virtutibus, putà commensuratis ab ipsis funiculorum longitudinibus oporteat inuenire ex quo puncto, qua virtute, & qua directione debeat suspendi prorsus immotum; ita vt datæ virtutes sint illæ funiculorum. *Fig. 5. Tab. 3.*

Quoniam mobile L ponitur esse affectum virtutibus BL, DL, AL; ex duabus AL, DL fiat GL (nempe diuisâ bifariam AD in F, & assumptâ GL duplâ ipsius FL) iungatur inde GB, eâq; bifariam sectâ in H, sumatur CI dupla HL; His positis virtus CI librabit duas virtutes BL, GL; idest tres virtutes BL, DL, AL; idest mobile hisce virtutibus affectum; ex quo sequitur CI esse mensuram, & directionem virtutis mobile librantis; Si igitur ex C suspendatur libra recta AB ipsa virtute sic directâ CI, ea manebit immota; & præterea, id quod proposuimus facere; virtutes funiculorum erunt ipsæ longitudines.

COROLLARIVM I.

Sequitur. Si mobile L ponatur quoddam graue habere nos artificium iucundum, quo vestigemus inclinationem prædictæ libræ, quâ positâ in æquilibrio, exerceant funiculi BL, DL, AL

quas-

quaslibet datas virtutes; nam datæ illæ virtutes funiculorum libratæ fuerunt virtute CI, cuius directio ICL si aptetur in perpendiculum Mundi, manebit quidem libra immota eo inclinationis angulo ICK, quem quærimus, cum perpendiculo ACL.

COROLLARIVM II.

Et si plures extiterint funiculi, quam tres, non absimili modo præstabimus intentum.

PROP. XVI. THEOR. X.

IIsdem manentibus cadant in eandem libram perpendiculares LE, IK; Dico vt BC ad CF, ita esse reciprocè duplam ipsius LE ad rectam LE; & CK cum AE æqualem esse duabus CE, BE simul.

Quoniam CI fit ex duabus virtutibus CK, KI; & AL ex duabus AE, EL; deinde DL ex duabus DE, EL, demum BL ex duabus BE, EL; Virtus verò CI ex æquo resistebat virtutibus BL, DL, AL; sequitur, vt virtutes KI, CK sistant eandem libram contrarijs virtutibus BE, DE, AF vnà cum triplici EL; cumq; ex istis omnibus, virtutes CK, AE, BE, DE nitantur secundùm rectam AB, vt nec hinc, nec inde moueatur libra; sequitur, vt quæ restant virtutes inter se pugnent ex æquo, alioquin libra non quiesceret, quod est contra suppositum; cum igitur hoc ita sit, liquet primò virtutes simul CK, AE æquales esse duabus simul BE, DE; & deinde KI esse æqualem triplici EL. Præterea cum per F transeat directio duarum virtutum AL, DL; sequitur, vt F sit centrum virtutum censendarum in D, A perpendicularium, nempè EL in D, & eiusdem EL in A; quarè ponderum more, erit BC ad CF, vt duæ EL ad vnicam EL, hoc est vt 2 ad 1.

GEOMETRICE' PERIC. VIII.

RVrsus dico, esse etiam geometricè BC duplam CF, & KI triplam LE; tandem duas CK, AE, simul fore æquales duabus simul DE, BE.

Primò quia ex statica nostra constructione, quam edidimus, est LGBC elementum primum, cuius centrum C; pondera verò B, G, L; erit ratio rectæ BC ad CF, hoc est ponderis F ad B composita

sita ex rationibus ponderum F ad G ad B, rectarum videlicet G L ad L F, & B H ad H G; estque B H æqualis H G; ergo vt B C ad C F, ita L G ad L F, nempè vt 2 ad 1.

Secundò L F est æqualis F G; item B H ipsi H G; ergo linea F H quæ iungeretur esset parallela L B; quare vt B C ad C F, ita L C ad C H; fuit verò B C dupla ipsius C F; ergo & L C ipsius C H; & quia L C ad C I componitur ex rationibus rectarum C L ad L H ad C I; estque C L ad L H, vt 2 ad 3; & L H ad C I, vt 1 ad 2, siue 3 ad 6; ergo ex æquali vt 2 ad 6, siue vt 1 ad 3, ita L C ad C I; hoc est ita L E ad K I.

Tertiò analyticè, quia K C + A E, idest 3 E C + A E, idest A C + 2 E C = B E + D E; hoc est ipsi B C + 2 C E + D C; videlicet 2 C F + 2 C E + D C; erit facta antithesi cum − 2 C E, A C = 2 C F + C D; & rursus facta anthitesi cum − F C, erit A F = C F + C D, idest F D.

Cumque compositio satis cuique pateat; erit geometricè K C cum A E æqualis B E vnà cum D E, quod erat &c.

PROP. XVII. PROB. VII.

SIT inflexa libra B D E, & ex ea pendeat mobile suspensum funiculis B A, C A, E A; quærimus eam libræ positionem, in qua libratâ, vires E A, C A, B A funiculorum sint datæ. *Fig. 1. Tab. 4.*

Ex virtutibus B A, C A, E A, fiat vnica A F G; iam constat G F A esse virtutem, ac directionem mobile librantem; & propterea suspensa libra ex C quiescet in eodem statu librata.

COROLLARIUM.

Hinc manifestum est, si mobile A fuerit graue aliquod, libram verò eò vsquè vertamus quoad linea G A incidat in perpendiculum vniuersi, habere nos artificium librandi eo pacto graue, vt funiculi, quibus suspenditur, patiantur datas vires.

PROP. XVIII. THEOR. XI.

IIsdem positis iungatur F E, & agantur perpendiculares A K ad B F, & A I in F E. Dico vt duas simul A K ad vnicam A I, ita esse E F ad F L. *Fig. 1. Tab. 4.*

Libremus virtutes E I, B K, C K virtute F M, & perinde ac si esset

 in

in F affectio tan tùm virtutum FM, GA has item libremus virtute FN; cum igitur duæ virtutes DN, DM librent virtutem GA productam ex virtutibus EI, IA, CK, KA, BK, KA; duæ virtutes FM, DN sistent libram, operantibus ex aduerso virtutibus EI, IA, CK, KA, BK, KA; verùm virtus FM librat tres virtutes EI, CK, BK; Reliqua igitur DN pugnabit æquè cum reliquis perpendicularibus IA, KA, KA, operantibus deinceps in punctis E, C, B; at centrum duarum virtutum KA est in L (nam directio virtutis AH est perpendiculum ipsarum virtutum, & ideo L est centrum libræ BC seorsim conceptæ) ergo vt FL ad FE, ita IA ad duplicem KA.

GEOMETRICE PERICVLVM IX.

QVoniam analyticè FL : FE :: AI : 2 AK; erit FL $\times$ 2 AK = FE $\times$ AI, & eorum dimidia videlicet triangulum AFH = AFE triangulo; est autem triangulum AHF ad ipsum AFE, vt eorum altitudines assumptâ AF vt basi communi; & vt istæ altitudines inter se, ita triangulum AHG ad triangulum GEA; ergo triangulum AHG = EGA triangulo, id quod manifestum est, etenim AHGE est parallelogrãmum ex constructione.

Compositio vnicuiq; liquet; ergo est FL ad FE vt AI ad 2 AK.

PROP. XIX. THEOR. XII.

Fig. 6. Tab. 3. SIT triangulum GEC, cuius centrum grauitatis A; ducanturque ab A ad angulos lineæ AE, AC, AG; dico, si in A statuatur mobile affectum virtutibus AE, AC, AG, earundem vi librari.

Producantur lineæ iunctæ, vt occurrant oppositis lateribus in punctis D, B, F; patet, ob centrum grauitatis, esse GA duplam ipsius AD, & ED æqualem ipsi DC; quare virtus AG librabit duas virtutes AE, AC; hoc est sistet ipsum mobile.

COROLLARIVM.

Illud quoque deducitur esse GB æqualem BC; & EA duplam AB; nam AE librat duas virtutes AG, AC, & propterea sequitur, vt GB sit æqualis BC, & EA duplam ipsius AB; item GF sit æqualis FE, & CA dupla AF, quod &c.

Idem geometricè facilè demonstrabis.

PROP.

PROP. XX. PROB. VIII.

Sint tres pali vicissim cohærentes in B, vt punctum B emineat supra solum, in quo puncta A, D, C; pendeat verò à vertice B graue alligatum funiculo B E, & pondus ipsius intelligatur recta B I; insuper vis resistentiæ pali B C, dum premitur à graui I E vnà cum alijs palis in concursu B, sit recta C B. *Fig. 1. Tab. 4.*

His datis volumus vestigare similes reliquorum palorum resistentias. Iam liquet virtutes resistentiarum palorum C B, D B, A B aduersus graue E, æquilibrari vnicæ virtuti B I; (nam omnia seruantur prorsus immota) ideoque duæ quæque C B, B I æquè pugnabunt cum reliquis virtutibus palorum A B, D B. Si igitur ex duabus C B, seu æquali B L, & B I fiat vnica B F; hæc opponetur ex æquo duabus palorum A B, D B resistentijs. Itaque cum datum sit punctum F; itemque positiones duarum virtutum palorum A B, D B; compleri poterit parallelogrammum B G F H; & consequenter B H erit virtus resistentiæ pali D B; & G B illa reliqui pali aduersus graue, quod &c.

SCHOLIVM.

Cum dixi resistentias palorum, intellexi tantùm illas virtutes, quibus ipsi pali verè vtuntur aduersus graue; quamquam nouerim, si consideretur etiam soli firmitas, à duabus tunc virtutibus agi, nempe à pondere premente, & solo resistente.

PROP. XXI. THEOR. XIII.

Coeant simul in B duæ lineæ A B, D B; & D F perpendicularis sit ipsi A B; item A C ipsi B D: dico esse mechanicè A B ad B D, vt A C ad F D. *Fig. 4. Tab. 8.*

Concipiamus A B D libram inflexam, quam secundùm directionem A D immotam duabus oppositis potentijs reddamus; iam liquet duas illas potentias inter se fore æquales, quia perinde est, ac si illæ libram rectam D A impellerent secũdùm eius longitudinem; quapropter positâ virtute in D ipsâ D A, erit virtus in A ipsa A D; cumque ex virtute D A resultent idem ac illa operantes virtutes D C, C A; & ex virtute A D, virtutes idem ac illa præstantes F D, A F; nihilominus inflexa libra operantibus hisce quatuor virtuti-

bus librata sistetur; quare si ex duabus virtutibus AF, DC vnica gignatur BE; rursus inflexa libra erit immota operantibus virtutibus FD, CA, BE; itaque erit vt virtus FD ad ipsam CA, ita reciprocè longitudo BD ad longitudinem BA, quod ostendisse oportuerat.

GEOMETRICE' PERICVLVM X.

QVoniam ad F, C sunt anguli recti transibit circuli circumferentia per puncta A, F, C, D; & idcirco angulus FDC æqualis erit angulo BAC; cumque in duobus triangulis ABC, FBC angulus ad B communis sit; erunt duo triangula ABC, FBD similia, quare vt est BD ad AB, ita FD ad AC, quod &c.

PROP. XXII. PROB. IX.

Fig. 2. Tab. 8. SIT graue C pendens ex H, quod fulciatur ab inclinato palo FA in parietem BA solo BF perpendicularem. Quærimus virtutes, earumq; directiones, quibus extremitates A, & F nituntur aduersus parietem, & contra solum.

Ponamus virtutem totalem grauis C prementis, esse rectam CH, quæ quidem in perpendiculo sit; & à puncto C ducatur perpendicularis CE ad longitudinem pali AEF. Liquet primò virtutem HC fieri ex duabus virtutibus HE, EC; itaque mobile librabitur virtutibus HC, CE, EH, tanquam in H esset affectũ prędictis virtutibus. Fiat modo, vt FA ad AH, ita CE ad ED; eritq; diuidendo, vt FH ad HA, ita CD ad DE; positisque CD in A, & DE in F perpendiculariter in longitudine pali operantibus; Rursus virtus CH librabitur ab oppositis virtutibus ex A, & F perpendiculariter vnà cum EH. Iam si ex virtutibus EH, DE, quibus affectio est in F producatur virtus GF; erit hæc virtus sic directa ea qua palus sustentatur à solo in F, & CD virtus ita directa, qua palus à pariete in A libratur.

PROP. XXIII. PROB. X.

Fig. 8. Tab. 2. SIT supra horizontem pyramis inuersa BHGF, cuius centrum grauitatis A; & cum ponatur inclinata ad eundem horizontem:

tem: oporteat secundùm datam directionem DF inuenire potentiam in illo statu pyramidem sistentem, & simul vim operantem in B aduersus eandem pyramidem, positâ virtute CA totali, ac perpendiculo virtutum: necesse tamen est lineam directionis DF vnà cum duabus AB, AC in eodem reperiri plano.

A puncto B agatur perpendicularis rectæ AB, quæ conueniat cum AC, putà in C, & vt FB ad BA, ita fiat BC ad FE perpendicularem ipsi FB; tum à puncto E deducatur perpendicularis eidem FE occurrens directionis lineæ datæ in D; protractâ demum FB, & assumptâ BK æquali DE, fiat modo (perinde ac si esset in B affectio duarum virtutum BA, BK,) vnica ex illis BI: Dico DF virtutem applicatam in F secundùm directionem DF, & BI virtutem oppositam in B, esse quæsitas potentias.

Quoniam AC ponitur virtus totalis pyramidis; fitque hæc ex duabus virtutibus AB, BC, librabitur AC duabus virtutibus contrariè nitentibus BA, CB, positâ videlicet affectione in puncto A. Itemque idem graue librabitur ijsdem virtutibus, quamquam BA operetur in B, seruatâ tamen eâdem directione. Est verò CB ad EF, vt BF ad BA; si ergo loco virtutis CB operantis perpendiculariter in A, substituatur virtus EF nitens perpendiculariter in F; nihilominus graue sistetur virtutibus BA, EF; sed virtus DF producit duas virtutes EF, DE; quarum DE renititur ex æquo virtuti BK; cum æquales illæ sint inter se, & in eadem recta linea operantes; igitur pyramis sistetur virtutibus EF, DE affectione in F, vnà cum virtutibus BK, BA affectione in B; hoc est pyramis BHGF librabitur duabus virtutibus DF, BI, quod &c.

PROP. XXIV. PROB. XI.

GRaue ABD pendeat immotum ex duobus funiculis, nempè ex GX, cui alligata est trochlea XH conuertibilis circa centrum suum X, & ex funiculo EQTSIHKL inflexo primum circa trochleam ZT parieti affixam, vel suspensam ex R conuertibiliter circa centrum Z; inde circa alteram trochleam AX continuato, & firmato sursum in L. Data verò MV grauitate totali corporis suspensi, & MC perpendiculo per centrum grauitatis C transeunte, volumus inuestigare virtutem in E trahentis funiculi EQ, similiterque funiculi GX. Intelligantur producti funiculi *Fig. 6. Tab. 8.*

LK,

LK, EQ, IS, ita vt sibi mutuò occurrant in punctis F, R. Cadet punctum F in funiculum XH productum, nam cum directiones virium funiculorum KL, IS sint LKF, SIF concurrrentes in F, necesse est vt per eundem concursum F, transeat directio XG virtutis librantis illas vires; idem dic de tribus lineis ISR, EQR, ZTR; nempe R fore illarum communem concursum. Nunc quia virtutes funiculorum EQ, IS, KL librant virtutem MV totalem corporis; virtus quæ fit ex duabus funiculorum KL, IS, vnà cum virtute funiculi EQ sistent idem graue ABD, hoc est librabunt virtutem MV; quare tres directiones GFX, CVM, EQ si producantur coibunt in eodem puncto, puta M; deinde si à puncto V ducatur VR parallela GM, & VO parallela EM; erunt virtutes OM, FM, MV inter se libratæ (nam virtus MV fit ex duabus MO, MF) cumque virtus FM illa sit, quam exercet funiculus EQ in E, & OM illa, quam exercet funiculus GX in G, constat, quod facere proposuimus.

SCHOLIVM.

Plurima huiusmodi Theoremata adijci possent, sed omittimus, ne prolixitate eiusdem materiæ tædium afferamus. Verum ex dictis hactenus puto peritis mechanicorum facilem futuram cuiuscumque fermè problematis mechanici solutionem.



DE

DE PENDVLIS

TRACTATVS SECVNDVS.

DEFINITIO.



LLA vis, quam habet pendulum extra perpendiculum positum, vt inde instituat vibrationem suam liberum ab omni obijce, dicatur naturalis penduli virtus in eo statu manentis.

AXIOMA.

Si pendulum extra perpendiculum ponatur; ibique detineatur ab aliqua potentia perpendiculariter applicata longitudini eiusdem penduli, quæ centrum grauitatis suspensi corporis spectet: Huiusmodi potentia sic librans pendulum æquatur virtuti naturali eiusdem penduli.

Sit ex. gr. pendulum AC extra perpendiculum AB, potentia verò CD perpendicularis longitudini AC ducta ex centro corporis C libret idem pendulum AC; accipimus tanquã per se notum, esse CD mensuram virtutis naturalis, quam supra definiuimus. *Fig. 7. Tab. 4.*

PROP. I. THEOR. I.

SIT pendulum CD efficiens cum perpendiculo CE quemlibet acutum angulum DCE, ductâ horizontali DE: dico vim funiculi CD in illo statu ad virtutem totalem grauis D; qua nempe liberum ab omni vinculo descenderet, esse vt perpendiculum CE ad longitudinem fili CD; vim verò naturalem penduli CD ad totalem dictam virtutem fore, vt est horizontalis linea ED ad prædictam longitudinem penduli. *Fig. 3. Tab. 4.*

Ducatur CB perpendicularis rectæ DC, occurrens DB parallelæ ipsi CE in B, & compleatur rectangulum BADC; iam si iungatur DB, hæc erit virtus librans mobile D affectum duabus virtutibus CD, DA; quare positâ DB, vt virtute totali grauis D, constat esse CD virtutem naturalem penduli CD in illo statu, & DA virtutem quæ librat potentiam naturalem penduli CD, ex quibus, & ob similitudinem triangulorum BCD, CED manife-

ſtum eſt virtutem funiculi CD ad virtutem totalem grauis D, nempè CD ad DB eſſe vt CE ad CD; pariterque virtutem naturalem penduli CD ad virtutem totalem grauis, hoc eſt vt AD, ſiue BC ad DB, ita eſſe BE ad DC, quod &c.

SCHOLIVM.

Manifeſtum eſt poſſe conſiderari longitudines pendulorum etiam inflexibiles, nec propterea deficiens erit allata demonſtratio.

DEFINITIO II.

Pendulum, cuius longitudo inflexibilis ſit, ſi ita concipiatur, vt punctum circa quod conuertitur ſit in aliquo ſubiecto plano, corpore in ſublimi manente, inuerſum dicetur.

AXIOMA II.

Itaque ſi fuerit pendulum inuerſum, ac inclinatum ad horizontem, ibidemque à potentia perpendiculari, vt diximus, libretur; hæc potentia erit menſura virtutis naturalis eiuſdem penduli ſic inclinati.

PROP. II. THEOR. II.

Fig. 4. Tab. 4. SIT pendulum inuerſum, & inclinatum, cuius longitudo ſit DE, & pondus, pyramis ABCD habens centrum grauitatis in E, verticem verò nitentem ſupra horizontem FD in D, & ducatur perpendiculum EF: dico, vt in prioribus pendulis, virtutem quâ nititur longitudo ED in ſolum, ad virtutem totalem pyramidis, eſſe, vt perpendiculum EF ad longitudinem ED; & virtutem naturalem eiuſdem inuerſi penduli eſſe ad virtutem totalem, hoc eſt ad grauitatem pyramidis, vt eſt horizontalis FD ad prædictam penduli longitudinem.

Demonſtratio ſimilis eſt illi, quam in pendulis primi generis attulimus.

COROLLARIVM.

Hinc deducitur qua arte poſſimus veſtigare virtutem, qua corpus quodlibet ſuper planum ad horizontem inclinatum rotationem ſuam inſtitueret; item quâ virtute premeret idem planum. Nam poſſumus corpus illud imaginari pendulum quoddam, cuius longitudo ſit linea cadens à centro grauitatis perpendiculariter ſuper axem rotationis.

Verùm quia ſunt nonnulla corpora, quæ dum ſuper plana inclinata deſcendunt, non rotantur, ſed labuntur, videndum eſt, quare hoc, & quando accidat.

Prop-

Propterea sit planum A B inclinatum ad horizontem B, & super ipsum planum corpus oblongum, ac iacens D E C; quod contingat planum secundùm superficiem D C. Centrum grauitatis eiusdem corporis sit E, & ab eo ducatur perpendiculum E G, quæ linea ponatur metiri virtutem totalem eiusdem corporis; descripto itaque super eandem E G semicirculo G F E, ducatur G F parallela longitudini plani A B, & iungatur F E, quæ cum sit perpendicularis ipsi G F, erit quoque perpendicularis ad planum inclinatum A B. His positis, virtus G E fit ex duabus G F, F E; quarum G F impellit mobile secundùm directionem parallelam A B; & F E agit mobile perpendiculariter in planum A B. Itaque si superficies sese contingentes leuissimæ supponantur, puto nullo pacto virtutem F E, quamuis maximam, prohibituram, quin omnimodâ virtute G F graue labatur; at contra si ipsæ superficies asperæ sint, poterit graue retineri, licet virtus G F maxima sit, etenim operante virtute F E, adeo insinuantur inuicem inæqualitates illæ, vt nisi abradantur à vehementi nisu virtutis G F mobile nullo modo descendere possit. *Fig. 5. Tab. 4.*

Sed redeamus ad institutum. Galilæi assumptum est, quod tempora vibrationum pendulorum, quorum sunt longitudines inæquales, sint in subduplicatâ ratione longitudinum. Nititur autem experimento, quod ipsemet edidit, nempe vibrationes eiusdem penduli, licet inæquales sint, eodem tempore absolui. At ego assertionem illam falsam demonstro; ex quo sequitur experimentum quoque, cui nititur, esse fallax. Fateor tamen me non sine quadam animi displicentia, viri clarissimi auctoritati, & communiter receptæ opinioni, quo ad hoc, aduersari. Quamobrem gratias habebo si quis fallaciam aperuerit, cum nihil mihi, & studioso cuilibet gratius esse debeat veritate. Ostendam igitur tempora vibrationum similium duorum pendulorum esse inter se vt eorum longitudines; minimè verò in subduplicata ratione illarum.

PETITIO II.

Possenos assignare corpus quoddam, cuius grauitas specifica ad illam alterius corporis se habeat, vt aliqua quantitas ad aliam.

SVP. II.

Ponimus vnumquodque mobile semel motum seruare semper eundem velocitatis gradum, nullo adueniente impedimento;

Quod si rursus alio ad eandem partem impulsu pellatur affici, priori vigente, nouo velocitatis gradu; atque adeò duobus simul iam gradibus moueri; & quanquam ab aëris medio eneruetur, ac tandem extinguatur vis illa mobili impressa, tamen in hac re libet abstrahere ab hoc impedimento, quippe ad modicum temporis ita parum obest, vt perinde sit ac si in vacuo operaremur.

Hoc posito nonfuit difficilè nonnullis authoribus ostendere, cur graue in præceps demissum ad Mundi centrum properet, ita nec nobis arduum erit demonstrare, angulum incidentiæ æquari angulo reflexionis.

Sit ex. gr. Pila A iacens in quodam plano horizontali, quæ inci-
Fig. 6. Tab. 4. dens in punctum C parietis B E, directione A C, reflectatur per C D; dico angulum D C E æqualem esse angulo A C B. Non consideramus grauitatem corporis A (est enim iacens in plano horizontali) feretur igitur pila æquabili motu per lineam A C, & positâ A C mensurâ virtutis, quâ iacitur pila; producetur hæc ex duabus virtutibus, perpendiculari nempe A B, & horizontali B C; verùm quia pila eodem perpendiculari impetu A B, quo petit parietem in C eodem reuertitur (etenim alterum saltem corpus percutiens, vel percussum non supponitur omnino durum, sed aliquantisper cedens, & in eundem se statum restituens post percussionem) & similiter horizontalis virtus B C eadem viget etiam in reflexione; hinc fit vt eodem tempore, ijsdemq; virtutibus, ac directionibus affecta, licet in contrariam partem feratur, describat ipsa pila lineam reflexionis æqualem lineæ incidentiæ, ac æquè inclinatam ad parietem, vt est illa incidentiæ.

Vides ergo hinc demonstratum, quod plures nequidquam hactenus tentauerunt, sed accedamus ad assumptum.

LEMMA I.

Fig. 8. Tab. 4. Sit pendulum A G, cui sit appensum pondus G: dico eodem tempore eandem vibrationem peragi, ac si loco corporis G alligatum fuisset pondus B, minus quidem mole, sed specie priori ęquale.

Si fieri potest maiori, vel minori tempore conficiatur vibratio penduli A G, quam ipsius A B; & primùm minus exigat tempus, hoc est velociùs feratur pendulum A G ob maiorem grauitatem ponderis G; si ergo ex velociore pendulo A G, & pendulo A B tardiori vnicum concipiatur A G B, hoc pendulum sic compositum segniori cursu vibrabitur, quam antea simplex, propter adnexam

moram penduli tardioris, ergo accessione grauitatis, & ponderis fiet tardius, quod est contra hypothesim. Itaque admittatur alia positio; sitque ratione maioris ponderis segnior vibratio penduli A G, quam sit illa penduli A B; ergo pendulum ex duobus ponderibus G, B compositum velocius feretur propter adnexum stimulum ponderis B velocioris; & ita accessione ponderis fiet velocius. Quod similiter est contra hypothesim: pari igitur velocitate feruntur, quod &c.

LEMMA II.

Sint duo pendula B A, D C æquiangula cum perpendiculis B F, D E; & corpus A ad corpus C sit specie, vt longitudo B A ad longitudinem D C: dico eodem tempore vtranque semiuibrationem absolui. *Fig. 2. Tab. 5.*

Secetur B D æqualis D C. Quia velocitas in A ad velocitatem in D, dum nempe pendulum incipit moueri, est vt A B ad B D; virtus etiam naturalis penduli in A ad virtutem naturalem in D (concipitur enim B D pendulum quoddam) erit vt A B ad B D, seu ad D C; est autem vt A B ad D C, ita grauitas specifica corporis A ad grauitatem specificam corporis C, hoc est, cum pendula sint æquiangula, vt virtus naturalis penduli B A ad virtutem naturalem penduli D C; ergo vt virtus naturalis penduli B A ad virtutem naturalem in D, ita virtus naturalis eiusdem penduli B A ad virtutem naturalem penduli D C, propterea virtutes naturales in D, & penduli D C erunt æquales, suntque anguli C D E, D B G, item longitudines D C, B D inter se æquales; ergo eodem tempore vibrabitur punctum C per arcum D G, ac pendulum D C per arcum æqualem C E, (nam sic pendula D C, B D patiuntur ijsdem istantibus temporis similia decrementa, vel incrementa virtutum) at absoluitur semiuibratio A F eodem tempore, ac semiuibratio D G; ergo etiam eodem tempore pendulum B A vibrabitur per arcum A H, ac pendulum D C per arcum C E, quod &c.

LEMMA III.

Mobile I percurrat spatium I O virtute V tempore A B, inde transeat ab O in P virtute X, tempore B C, & à P in Q feratur virtute Z, tempore C D: pariterque mobile K percurrat spatium K L virtute R, tempore E F; deinde feratur per spatium L M virtute S, tempore F G, & demum ab M in N feratur virtute T, tempore G H; sintque præterea spatia I O, O P, P Q deinceps æqualia *Fig. 1. Tab. 5.*

 spatijs

ſpatijs KL, LM, MN, & virtus V ad R ſit vt X ad S, & Z ad T: dico tempus AD ad tempus EH eſſe reciprocè vt eſt virtus R ad virtutem V.

Quia mobilia I, K percurrunt ſpatia æqualia IO, KL temporibus AB, EF, virtutibuſque V, R; erit reciprocè virtus V ad R, vt tempus EF ad tempus AB; ſimiliter quia virtute X, tempore BC peragitur ſpatium OP æquale ſpatio KL, quod nempe curritur ab altero mobili virtute R, tempore EF; erit reciprocè virtus X ad S, vt tempus FG ad BC; eſt autem X ad S, ſeu V ad R, vt tempus EF ad AB; ergo vt FG ad BC, ita EF ad AB, & componendo EG ad AC, vt EF ad AB. Tandem quia etiam virtus Z ad virtutem T, eſt reciprocè vt tempus GH ad tempus CD; & eſt Z ad T vt V ad R, ſeu vt tempus EF ad tempus AB, videlicet vt EG ad AC; erit GH ad CD, vt EG ad AC; & componendo totum tempus EH ad totum tempus AD, erit vt tempus GH ad tempus CD; ſiue vt virtus Z ad T, hoc eſt vt V ad R, quod &c.

Pr. 3. de motu aqu. Gal.

SCHOLIVM.

Hinc accipimus, ſi ſpatia KN, IQ inter ſe æqualia, concipiantur ſubdiuiſa in partes, ſingulas minores quâlibet propoſita magnitudine; ipſiſque partibus reſpondeant totidem virtutes, ac tempora, quibus peraguntur à mobilibus dicta ſpatiola; accipimus inquam tempus EH ad AD eſſe reciprocè, vt virtus V ad R.

LEMMA IV.

Fig. 3. Tab. 5

Sint duo pendula GF, BE longitudine æqualia, & æquiangula cum perpendiculis FH, ED; ſpecie verò corpus G non ſit æquè graue ac corpus B: dico ſemiuibrationis tempus penduli GF ad tempus ſemiuibrationis penduli EB eſſe reciprocè, vt eſt grauitas ſpecifica vnius corporis ad ſpecificam alterius.

Secetur bifariam arcus GH in I; & rurſus bifariam arcus IH in L; & ſic deinceps, quoad LH minor ſit propoſitâ quâcunque magnitudine Q, & notentur in arcu GOILH reliquæ partes ſingulæ æquales parti LH; eædem etiam partes notentur in alio æquali arcu BNKMD; itaq, erunt BN, NK, KM, MD, non ſolum inter ſe æquales, ſed etiam deinceps ipſis GO, OI, IL, LH, cumque virtus in B ad virtutem in G, ſeu primus gradus velocitatis in B ad primum gradum velocitatis in G, ſe habeat vt gradus in N (quicunque ſit) ad gradum in O (nam cum arcus BN, GO ſint æquales, erunt etiam in eadem inclinatione ipſa pendula perducta in N, & O);

O); verum vt virtus in B ad virtutem in G, ita grauitas ſpecifica corporis B ad grauitatem ſpecificam corporis G; ergo vt grauitas ſpecifica corporis B ad grauitatem ſpecificam corporis G, ita gradus velocitatis in N ad gradum velocitatis in O, ſeu virtus in N ad virtutem in O; ſimili ratione probaueris ſingulas virtutes in reliquis punctis K, M, D, &c. ad ſingulas virtutes in correſpondentibus punctis I, L, H &c. eſſe, vt eſt eadem grauitas ſpecifica corporis B ad grauitatem ſpecificam corporis G; proptereaque eſſe inter ſe proportionales; ſuntque item ſpatia, quæ percurruntur ipſis virtutibus, arcus nempè B N, N K, K M, M D &c. æquales arcubus, ſiue ſpatijs G O, O I, I L, L H &c. ergo tempus ſemiuibrationis G H ad tempus ſemiuibrationis B D, erit vt grauitas ſpecifica corporis B ad grauitatem ſpecificam corporis G, quod &c. *Lem. 3. cum ſuo Scholio.*

PROP. III. THEOR. III.

SI fuerint duo pendula æquè inclinata, & eorum corpora ſuſpenſa æquè grauia ſpecie; tempora vibrationum erunt homologè, vt pendulorum longitudines. *Fig. 4. Tab. 5.*

Sint duo pendula A I maius, & B E minus; anguli verò C I A, D E B cum perpendiculis æquales: dico tempus vibrationis penduli I A ad tempus vibrationis penduli E B eſſe vt I A ad E B.

Intelligatur pendulum F G æquiangulum, & æquelongum, ac pendulum E B; præterea ſit vt longitudo A I ad G F, ita grauitas ſpecifica corporis A ad illam ſpecificam corporis G.

Componitur tempus ſemiuibrationis penduli A I ad ſemiuibrationis tempus penduli B E, ex ratione temporis penduli I A, ad tempus penduli F G, & ex ratione temporis penduli F G ad rationem temporis penduli B E; eſt autem tempus penduli G F æquale tempori penduli A I; ergo tempus, quo abſoluitur ſemiuibratio A I ad tempus, quo perficitur ſemiuibratio penduli B E eſt vt tempus G F ad tempus penduli B E; verum tempus penduli G F ad tempus penduli B E eſt reciprocè vt grauitas ſpecifica corporis B, hoc eſt corporis A ad ſpecificam grauitatem corporis G, nempe vt linea A I ad G F, ſeu B E; ergo ſemiuibrationes ſimiles pendulorum I A, E B abſoluuntur temporibus homologè cum longitudinibus pendulorum proportionalibus; ſed cum tempora reliquarum ſemiuibrationum ſint in eadem ratione cum tempori- *Lem. 2.* *Lem. 4.*

bus

bus priorum semiuibrationum; patet & integras vibrationes esse in eadem ratione longitudinum pendulorum.

SCHOLIVM.

Non erit iniucundum scire cur vibrationes eiusdem penduli in ascensu nonnihil deficiant, eoque defectu in singulis vibrationibus repetito paulatim minores, & minores fiant, donec languescant, atque vltimò euanescant. Mobile in suo descensu acquirit successiuè gradus velocitatis diuersos respondentes virtutibus naturalibus, qui tamen non in eodem vigore perseuerant, sed vnusquisque decrescit singulis instantibus in eadem semper ratione defectuum. Ex quo fit vt pendulum minimè quiescat in suo perpendiculo, vrgentibus videlicet gradibus in descensu acquisitis, diminutis quidem, vt diximus, sed nondum consumptis. Hinc reliquam semiuibrationem conficit, sed minorem, quia in ascensu virtutes naturales contrariæ potentiores sunt gradibus illis in descensu acquisitis, quippe imminutis. Cæterum si integri perseuerarent, pugnarent ex æquo singuli cum virtutibus naturalibus contrarijs respondentibus, essetque non minor ascensus, quam descensus.



DE

DE AQVIS,
ET PRIMVM DE VASIS.

TRACTATVS TERTIVS.

DEFINITIONES.


Rima. Solidum illud quod fit ex cadente aqua, dum adhuc est in aere Cadentem voco.

Secunda. Si ipsam cadentem imaginemur resectam plano horizonti parallelo, eam sectionem, cadentis sectionem appellabimus.

Tertia. Illa verò cadentis portio inter initium cadentis, eiusq; aliam sectionem, cadentis truncus dicetur.

PETITIONES.

Prima. Vt possimus in quolibet vase perforato seruare aquam in quacumque altitudine, beneficio canalis influentis.

Secunda. Vt possimus cuiuscumque cadentis propositæ, quemuis truncum determinare.

Tertia. Posse assignari vas, cuius cauitas sit cuilibet cadentis trunco similis; & hoc ipsum vas posse conseruari plenum aqua.

SVPPOSITIONES.

Prima. Amplitudo luminis, seu foraminis in base vasis, nolumus in præsens vt excedat magnitudinem cuiuscunque sectionis eiusdem vasis, eodem pacto ibi conceptæ ac in cadente.

Secunda. Duarum cadentium æquè ab earum initijs remotas sectiones, etiam æquè veloces supponimus.

Tertia. Velocitates duarum sectionum eiusdem cadentis sunt homologè in subduplicata ratione altitudinum à cadentis initio; sunt enim singulæ aquæ partes quemadmodum corpora liberè cadentia.

Quarta. Si in duobus vasis, aqua æqualem seruet altitudinem erunt velocitates ex luminibus æquales.

Quinta. Iuxta petitionem tertiam suppono aerem instar vasis conformari, & ambire aquam per ipsum descendentem.

LEM-

LEMMA I.

Si in vase perforato aqua, beneficio influentis canalis, in eâdem altitudine perseueret, quantum aquæ ingeritur, tantundem eodem tempore effluet.

Nam si plus aquæ immittitur, quam quæ eodem tempore ex vase defluit, progressu temporis vas redundabit; Si verò minus, deficiet. Vtrunque est contra hypothesim, ergo &c.

LEMMA II.

Esto vas A B; cadentis truncus E F eiusdem altitudinis; aqua
Fig. 6. quæ ab hac cadente effunditur, sic impleat vas illud, vt nec redun-
Tab. 5. det, nec deficiat: dico magnitudinem, seu sectionem luminis B, æqualem, & æquè velocem esse, ac est sectio F trunci F E.

Pet. 3. Intelligatur vas C D, in quo aqua perseueret in eadem scilicet altitudine, ac vasis, & cadentis propositæ. Eius cauitas sit prorsus
Sup. 5. similis, & æqualis trunco cadentis E F, eritq; sectio luminis D æqualis, & æquè velox sectioni F; quare eadem aquæ quantitas, quam egerit sectio D eodem tempore transmittetur à cadente E F. Quoniam verò cadens E F ipsa est, quæ suppeditat aquam vasi semper pleno A B; eadem propterea aquæ copia quæ eodem tem-
Lem. 1. poris spatio emittitur à cadente E F, defluet quoque ex luminis sectione B; hæc itaque sectio tantundem aquæ exhauriet, quantum eodem tempore sectio D, & cum æquè altum sit vas C D ac truncus cadentis E F, videlicet quam A B vas, erit velocitas sectionis B æqualis velocitati sectionis D, & ideo sectio quoque luminis
Ax. 3. Castelli. B æqualis erit sectioni luminis D; at ostensum est eandem sectionem D æqualem esse magnitudine, ac velocitate sectioni F; ergo sectio luminis B æquè distans ab A, quam ab E sectio F, erit huic æqualis, tum magnitudine, cum velocitate, quod &c.

LEMMA III.

Fig. 1. Sint duarum cadentium A C, E D sectiones C, D: dico veloci-
Tab. 6. tatem sectionis C ad illam sectionis D esse in subduplicata ratione altitudinis A C ad altitudinem E D.

Abscindatur ex cadente A C truncus A B, cuius altitudo B A
Pet. 2. æqualis sit altitudini E D. Velocitas in C ad illam in B, seu in D
Sup. 2. Sup. 3. est in subduplicata ratione altitudinum A C ad A B, hoc est ad D E, quod &c.

PROP.

PROP. I. THEOR. I.

SI fuerint duo vasa vnico lumine in basibus perforata, semperq; plena, erunt velocitates aquarum ex luminibus exeuntium in subduplicata ratione altitudinum vasorum.

Sint vasa AB, HI, quorum lumina B, I, cadens DE suppeditet aquam vasi AB, & cadens GF vasi HI, ita vt plena semper sint absque eo quod redundent: dico velocitatem fluentis aquæ ex B ad velocitatem ex I, fore in subduplicata ratione altitudinis vasis AB ad altitudinem vasis HI. Fig. 2. Tab. 6.

Secetur truncus ED æquè altus, ac vas AB. Item fiat truncus GF in eadem altitudine, in qua est alterum vas HI; erunt iam sectiones B, D æquales, & æquè veloces: eadem prorsus ratione æquales, & æquè veloces erunt sectiones I, F; est igitur velocitas per B ad velocitatem per D, vt illa per I ad illam per F, & permutando vt velocitas per B ad velocitatem per I, sic illa per D ad eam per F; sed velocitas per D ad illam per F, est in subduplicata ratione altitudinis ED ad GF, seu altitudinis vasis AB ad illam vasis HI; ergo in hac eadem ratione subduplicata erit velocitas per B ad velocitatem per I, quod &c. Pet. 2. Lem. 2. Lem. 3.

SCHOLIVM.

Hanc propositionem arduam, & perutilem, cæteri vt principium supponunt, nos verò demonstrauimus.

Poterit fortasse quis dubitare, an aqua, quæ est in vase, vniuersa moueatur dum erumpit ex aliquo foramine; vel tantùm cylindrulus ille aqueus descendat qui foramini incumbit, quippe carens veluti basis fulcimento quo sustineatur. Quia verò in hac secunda sententia sunt auctores nonnulli Ballianus, P. de Chales &c. libuit hoc in loco paululum immorari. Experientiam afferam à me pluries diligentissimè repetitam. Cadum oblongum in basi perforatum, foramine stuppa obstructo, aqua impleui. Superficiem eiusdem aquæ leuiter atramento infeci; permissoq; exitu, optima in luce obseruaui, num post descensum cylindruli prædicti aqua nigresceret, quod necessarium erat in illa sententia. At nulla, ne leuis quidem macula, vnquam visa est, donec atramentum vnà cum libella descendens imas vasis partes obtinuit. Hinc censeo aquam illam prius erumpere quæ est in imo, & postremo illam

quæ est in summitate. Rei huius causam sic explico. Si vas plenum aqua, seu potius aqua contenta vase rueret suo pleno iure, omnes eiusdem aquæ partes æquè velociter, & suâ sponte tenderent ad Mundi centrum, nec vllo modo partes subiectæ à superioribus premerentur, sed tantùm leui contactu sibi cohærerent. Contra dum eadem aqua immobiliter vas occupat, vnaquæque partium subiectarum premitur à superioribus desuper omnimodâ suâ grauitate insistentibus; qua pressione dilataretur, atque explicaretur aqua, nisi à lateribus vasis coerceretur. Illud quoque manifestum puto, quod si eadem aqua nec penitus quiescat, nec liberè omnino deorsum feratur, pro ratione maioris, vel minoris motus debere etiam partes subiectas magis, vel minus premi ab incumbentibus. His positis; si concipiamus aquam ex aliquo quiescenti vase erumpere, foramine sub basi constituto, non est dubium quin primo instanti cylindrus aquæ foramini insistens nitatur descendere; itaque nihil, vel saltem minus virium habebit vt lateraliter nitatur, quam habeat contra eundem cylindrum circumiecta aqua, quippe quæ descensu prohibita, totum suum conatum lateraliter exercet. Verùm quia leges æquilibrij non admittunt in fluido hanc momentorum inæqualitatem, vt vires proinde æquentur, necesse est, facto veluti quodam temperamento, vniuersam aquam simul descendere, eo momento quod habuisset ille cylindrus si liberè omnino ruisset.

PROP. II. THEOR. II.

Fig. 3. Tab. 6. SIT vas ADMI plenum aqua vsque ad libellam ABCD; & perluium foramine KL; accepto modo hoc foramine vt basi, intelligatur cylindrus erectus KBCL; & detur quælibet sectio EFGH, horizonti æquidistans: dico esse idem momentum totius aquæ ADMI in descensu aperto foramine KL; ac illud solius aquæ BCLK si seorsim flueret ex aliquo canali BL.

Diximus sectionē BC suo momento rapere sectionem AD, quare virtus ipsius BC expanditur (ex Borellij doctrina de vi percussionis) per vniuersam sectionem AD; propterea que erit reciprocè velocitas ipsius BC ad velocitatem sectionis AD, vt sectio AD ad sectionem CB; sed in loco sectionum dictarum intelliguntur illæ partes aquæ, quæ ipsas sectiones occupant; ergo mo- *Pr. 29. Borel. de vi percussionis.*

mentum

mentum sectionis, seu aquæ AD momento sectionis, seu aquæ BC est æquale: idem dic de sectionibus EH, FG; & demum de omnibus componentibus vniuersam aquam vasis, & tubi BCLK; quare momentum omnium sectionum aquæ vasis æquale erit momento omnium sectionum aquæ tubi BL; hoc est momentum vniuersæ aquæ vasis, æquale momento aquæ cylindrici incumbentis foramini KL, si hæc tamen in tubulo seposito descenderet, quod &c.

Sed quia aliquis posset obijcere, non ritè applicari illam Borellij propositionem in præsenti materia, quippè quòd illic agatur de corporibus se inuicem percutientibus; hic verò de illis, quorum alterum rapit aliud; satisfaciendum est illi alia circa idem demonstratione; sed tamen sciendum est, attentis principijs eiusdem ingenij de vi percussionis, ad hunc quoque casum aptari posse illam veritatem. Manentibus ijsdem, quia vasis semper plenis eadem quantitas aquæ funditur à vase ADMI aperto osculo KL, ac eodem tempore à tubo BCLK; eadem aqua quæ transit per sectionem FG transibit per sectionem EH: quare rursus vt velocitas per FG ad velocitatem per EH, ita reciprocè sectio EH ad sectionem FG, & propterea idem momentum vtriusque sectionis erit; sed cum idem dicatur de omnibus alijs possibilibus sectionibus; liquet, ob artificium indiuisibilium Cauallerij, esse momentum totius aquæ vasis, cui pateat osculum KL, æquale momento aquæ BCLK, si hæc flueret seorsim ex aliqua fistula eiusdem altitudinis, & amplitudinis cylindrici BCLK, quod &c.

PROP. III. THEOR. III.

MOdo res postulat, vt ostendamus, quomodo, si fuerint duo vasa communicantia diuersæ figuræ, ac amplitudinis; aqua in ipsis quiescat in eadem libella; & hoc faciendum est non vt constet id, quod omnibus obuium est trita experientia; sed vt educamus huius scientiæ principia, vel data firmemus. *Fig. 4. Tab. 6.*

Esto vas BADC communicans cum ipso IHGK per vas DEFG; apertis luminibus DC, HG; ostendendum est quare aqua ad libellam ABIK perducta in vno vase, ad eandem pertingat in altero vase, atque ibi quiescat.

Ducantur à punctis D, C, H, G, perpendiculares ad libellam

AK, rectæ DL, CM, HN, GO, referantque rectangula DLMC, HNOG, cylindros basibus DC, HG insistentes. His constructis, si in prioribus vasis (nondum intellectis cylindris illis) conciperemus posse moueri aquam; eadem quantitas quæ exit per osculum DC, ingrederetur aliud vas per osculum HG eodem tempore; quare, iuxta doctrinam Castellij, esset reciprocè vt sectio HG ad ipsam DC, ita velocitas per DC ad velocitatem per HG; quare momentum aquę sectionis DC æquale est momento sectionis HG; sed momentum aquæ vasis ABCD æquale est momento aquæ vasis cylindrici LDCM; item illud aquæ vasis IHGK est æquale momento aquæ vasis cylindrici NHGO; & vt momentum aquæ vasis LDCM, ad momentum aquæ vasis NHGO, ita momentum aquæ sectionis DC ad momentum aquæ sectionis HG, (nam in vnoquoque cylindro ipsæ sectiones sunt æquales) ergo momentum aquæ vasis ADCB momento aquæ vasis IHGK est æquale, & propterea veluti in trutina, pondera illa aquarum in illo statu permanebunt.

Vides ergo quomodo liceat argumentari in præsenti materia.

PROP. IV. THEOR. IV.

SED cum idem videamus contingere etiamsi vasa sint ad horizontem inclinata; debemus modo ostendere, si fuerint duo vasa cylindrica alterum rectum, inclinatum aliud; sintque altitudines eorum ab horizonte æquales, eaq; vasa concipiantur inter se communicantia, vt diximus, & aqua repleta; momentum aquæ vnius esse æquale momento aquæ alterius vasis; quod cum præstiterimus, licebit præcedentem veritatem applicare quibuscunque generibus vasorum. *Fig. 5. Tab. 6.*

Sint ergo duo vasa cylindrica, rectum vnum ABCD, & alterum inclinatum KIHG; sintq; plena humore, & per vas DEFG, luminibus DC, KG communicantia; demonstrandum est momentum aquæ vasis ABCD esse æquale momento aquæ alterius vasis KIHG.

A punctis H, G deducantur perpendiculares ad KI productam vbi opus est; sintque HP, GL. Patet cylindricum IKGH fore æqualẽ cylindrico MHGL; fiat GM æqualis ipsi GL, & erigantur à punctis G, M, perpendiculares GO, MN, itaut rectangulum

NMGO referat cylindricum perpendicularem, cuius basis MG, similis GL.

Momentum aquæ cylindrici pleni ABCD, ad illud cylindrici KIHG, componitur ex rationibus velocitatum aquarum per sectiones, dum istæ ponerentur in motu, & ponderum vrgentium aduersus planum DG; est autem ratio ponderum composita ex rationibus ponderum aquarum ABCD, ad NOGM; & NOGM ad aquæ pondus cylindrici KIHG super planum KG; quod est æquale ponderi aquæ NOGM; (nam momentum totale aquæ KIHG, seu LPHG ad id quod exercetur super planum DG existente inclinato cylindrico, est vt HG ad GO, in qua ratione est cylindricus LPHG, seu KIHG ad cylindricum MNOG) ergo pondus aquæ cylindrici ABCD ad pondus aquæ cylindrici KIHG in illa inclinatione, est vt sectio, seu basis DC ad basim, seu sectionem MG.

Deinde velocitas per DC ad velocitatem per KG componitur ex rationibus velocitatis per DC ad illam per MG, & huius ad illam per KG; velocitas verò per DC ad illam per MG est vt sectio MG ad ipsam DC; & illa per MG ad illam per KG, est vt longitudo GO ad longitudinem GH, (nam aquæ in illis cylindricis ascendunt eodem tempore illas longitudines, & propterea, vt spatia percursa æquabili motu, ita velocitates mobilium); fitque velocitas GH ex duabus velocitatibus GO, OH; & OH horizontalis non consideratur in hoc casu, quia agitur de momentis perpendiculariter incumbentibus horizonti; ergo restat GO velocitas perpendicularis per cylindricum KIHG, quæ est eadem ac illa per MNOG; & ideo velocitas per MNOG ad velocitatem per KOHG est vt DC ad DC; itaque velocitas per DC ad velocitatem aquæ per KG, est perturbatè, vt sectio MG ad DC; hoc est vt reciprocè pondus aquæ ONMG, seu KOHG horizonti incumbens ad pondus aquę ABCD; ergo momenta sunt ęqualia ipsarum aquarum, ideoq; ad eandem altitudinem permanebunt, tam in vasis inclinatis, quam in perpendicularibus, quod &c.

PROP. V. PROB. I.

Dato vase cylindrico, vel prismatico, primum pleno, deinde ad minorem altitudinem depressâ aquâ tempore assignato, Fig. 6. Tab. 6.

de-

debemus inuenire tempus, quo totum vas exhauriatur.

Esto propositum vas BGHC; & à signo B, ob defluentem aquam ex lumine K, descendat tempore L aquæ libella ad signum E, debemus vestigare, quo tempore totum vas exhauriatur.

Reperiatur media proportionalis GI inter duas BG, GE rectas, & vt BI ad BG, ita fiat L ad M: dico M esse mensuram temporis, quo tota labitur aqua ex lumine K. Intelligatur ADG semiparabola, cuius axis GEB; semiqueapplicatæ AB, ED. Quia ex Torricellio sunt velocitates aquarum in punctis B, E, &c. vt semiapplicatæ AB, DE &c., patet libellam aquæ BC descendere contrario modo, quo graue motu naturaliter accelerato; quare si ponatur tempus BG, quo nempe à libella BC percurritur totum spatium BG; à libella EF peragetur spatium EG tempore GI; itaque reliquum tempus BI spectat ad descensum libellæ BC per spatium BE; verùm tempus per BE est ipsum L, estque vt BI ad BG, ita L ad M; ergo M est tempus per BG, quod &c.

COROLLARIVM.

Hinc si facta fuisset vt BI ad IG, ita L ad quartam aliam, hæc esset mensura temporis quo libella E descendisset vsque ad G.

PROP. VI. THEOR. V.

Fig. 7. Tab 6. Sint duo vasa æquè alta, æqualiter foraminibus peruia, sed inæqualibus amplitudinibus, cylindrica tamen, vel prismatica ostendendum est, tempora quibus fiunt ambarum aquarum emissiones esse inter se vt bases dictorum vasorum.

Sint vasa AC, BD, quorum lumina C, D, æqualia, & cætera vt diximus: dico tempora quibus dicta vasa siccantur esse inter se, vt bases dictorum vasorum, hoc est vt sectio A ad B. Fiat vt sectio B ad A, ita recta F ad H.

Componitur velocitas sectionis A ad velocitatem sectionis B, ex rationibus velocitatum sectionum A ad C ad D ad B; vt verò velocitas A ad C, ita sectio C ad A, vtque velocitas C ad D, ita C ad C (sunt enim æquè veloces C, D) & vt velocitas D ad B, ita sectio B ad D, seu ad C; ergo ex perturbata velocitas sectionis A ad velocitatem sectionis B erit vt B ad A. Sunt igitur duæ libellæ A, B, veluti duo grauia naturaliter cadentia contrario modo; & percurrunt altitudines æquales, hoc est æqualia spatia, velocitatibus

E,

F, H ab initio; ex quo fit vt eadem æqualia ſpatia percurrant temporibus prædictis, ſed velocitatibus ſubduplis, motuq; æquabili; verum cum duo mobilia motu æquabili, ac velocitatibus inæqualibus currunt æqualia ſpatia, ſunt velocitates inter ſe, vt reciprocè tempora dictorum mobilium in dicto curſu; tempora igitur deſcenſuum ſectionum, ſiue libellarum A, B ſunt vt dimidiæ linearum H ad F, vel vt totæ, hoc eſt vt ſectio A ad B, quod &c.

PROP. VII. THEOR. VI.

Datis duobus vaſis priſmaticis, vel cylindricis, quorum amplitudines æquales, itemque altitudines, lumina verò ſint inæqualia: dico tempus quo exhauritur vnum vas ad tempus quo alterum vas, eſſe reciprocè vt magnitudo ad magnitudinem luminum. *Fig. 7. Tab. 6.*

Sint vaſa prorſus æqualia, cylindrica, vel priſmatica A B, C D, luminumque ſectiones per quæ defluunt aquæ ſint B, D: dico tempus decurſuum vſque ad exitum totius aquæ eſſe inter ſe reciprocè vt ſectiones foraminum B, D.

Componitur velocitas ſectionis A ad illam ſectionis C ex rationibus velocitatum ſectionis A ad B ad D ad C; ſed prima velocitatum ratio eſt vt ſectio B ad A; ſecunda vt A ad A (ſunt enim iiſdem luminibus B, D altitudines æquales), & tertia vt C, ſiue A ad D; ergo vt velocitas ſectionis A ad illam ſectionis C, ita ſectio foraminis B ad illam foraminis D: ſunt itaque libellæ A, C, vt grauia naturaliter decreſcentia, ſi nempè ab imo in altum perpendiculariter iaciantur; eorumque primæ velocitates ſunt B, D. Quare iiſdem temporibus, & medietatibus ipſarum velocitatum, percurrentur, vt prius, motu tamen æquabili, ſpatia æqualia, hoc eſt altitudines vaſorum; ſed dum mobilia percurrunt idem ſpatium motu æquabili tempora per ipſum ſunt in reciproca ratione velocitatum; ergo tempora libellarum ſi motu æquabili deſcenderent per æquales altitudines vaſorum eſſent reciprocè vt dimidiæ velocitates; hoc eſt tempus decurſus libellæ vaſis A B; ad tempus decurſus libellæ per altitudinem vaſis C D, æqualem nempè altitudini alterius vaſis, quam peragit altera libella, erit vt dimidium ſectionis D ad dimidium ſectionis B; ſiue, vt eorum dupla, nempe vt ſectio D ad B, quod &c.

PROP.

PROP. VIII. THEOR. VII.

Fig. 1. Tab. 7. SI fuerint duo vasa cylindrica, vel prismatica, altitudine, ac amplitudine inæqualia; itemque sint inæquales sectiones foraminum: dico tempus quo siccatur primum vas, ad id quo alterum vas, esse compositum ex rationibus basium, ex reciproca sectionum luminum, & ex subduplicata ratione altitudinum.

Sint duo vasa L A B, O I H, qualia proposita sunt, & sectiones foraminum sint B, H: dico hæc duo vasa ab initio plena siccari temporibus vt dictum est, videlicet tempus decursus aquæ vasis L B, ad tempus decursus alterius aquæ vasis G H esse in composita ratione sectionis L ad G, nempe basis ad basim; ex reciproca luminis H ad lumen B, & demum ex subduplicata ratione altitudinis A ad altitudinem I.

Concipiantur duo vasa C D, E F, æquè ampla ac propositum vas L B; & lumina D, F singula æqualia lumini H; præterea altitudo C sit æqualis altitudini A, & G altitudini I.

Componitur tempus decursus aquæ L A B ad id decursus aquæ O I H; ex rationibus temporum vasis A B ad id vasis C D; huius verò ad id vasis G F, & demum temporis huius vasis ad id vasis I H; sed tempora decursuum aquarum priorum vasorum (vtpote æquè alta, & æquè ampla) sunt vt sectio foraminis D, seu H ad sectionem foraminis B; ergo tempus decursus per vas C D ad id per vas G F cum foramina D, F sint æqualia, sunt in subduplicata ratione altitudinum C, seu A ad G, vel I; & demum tempus per vas G F ad id per vas I H, cum sint æquè alta, eorumq; foramina item æqualia, est vt sectio E, siue L ad sectionem O; seu vt basis vasis L B ad basim vasis I H; tempus ergo decursus aquæ per vas A B ad tempus decursus aquæ per alterum vas est in ratione composita basium, in reciproca luminum, & subduplicata altitudinum, quod &c.

SCHOLIVM.

Cum plurimum difficultatis sit; quoties in lateribus vasorum foramina intelligimus; nescimus enim, quæ altitudo à libella ipsis foraminibus competat; ideo hactenus posuimus ipsa foramina horizontalia, videlicet sub basi; sed nè præsens doctrina nimis contrahatur, cõmenti sumus, quomodo ad latera applicari possint horizontalia lumina, quorum nullo negotio queamus statuere altitudines. *Fig. 2. Tab. 7.*

Nam

Nam si sit vas AF, cuius vnum latus AB, eique sit applicandum foramen datum in altitudine AD; adstruatur eidem lateri aliud vasculum DCE infra D, communicans vasi AF per osculum, quod maius sit foramine proposito; deinde aperiatur in latere horizontali DE foramen E amplitudine æquali foramini dato, atque hoc pacto sublata erit omnis difficultas perindè ac si lumina constituta essent in basi.

PROP. IX. THEOR. VIII.

SI fuerint duo vasa prismatica, aut cylindrica; & in ipsis quædam aquarum quantitates, quibus detur infra basim egressus: dico illas quantitates aquarum componi ex rationibus priorum velocitatum sectionum; ipsarum magnitudinum, & temporum, quibus vasa exhauriuntur.

Quantitates aquarum vasorum componuntur ex rationibus sectionum, & altitudinum; sunt enim aut prismata, aut cylindrica. Dicuntur autem aquæ dilapsæ ex vasis, cum superiores libellæ attigerint bases vasorum; hoc est cum percurrerint altitudines aquarum in ipsis vasis; sed ipsæ libellæ sunt veluti grauia contrario modo cadentia, hoc est, quorum motus sunt naturaliter deficientes; dimidijs ergo temporibus, & ijsdem velocitatibus, quas ab initio habebant ipsæ libellæ, motu æquabili percurrent eadem spatia, hoc est easdem altitudines; quare ipsæ libellæ sunt duo mobilia, quæ percurrunt quædam spatia quibusdam velocitatibus, & ideo ex prop. 4. de motu æquabili Galilæi, erunt spatia ipsa percursa, hoc est ipsę altitudines in ratione composita velocitatum ab initio sectionum, & temporum; itaque constat, aquæ quantitates delapsas componi ex rationibus sectionum vasorum; velocitatum illarum, & temporum decursuum, quod &c.

PROP. X. THEOR. IX.

SI fuerint duo vasa A B, I H cylindrica, vel prismatica, quorum foramina BH: dico velocitatem aquæ ab initio motus vnius vasis, ad velocitatem aquæ ab initio motus alterius vasis, compositam esse ex ratione luminis B ad lumen H, ex subduplicata altitudinum A, I, & ex reciproca basium. *Fig. 1. Tab. 7.*

F Sit

Sit vas CD æquè amplum, ac æquè altum quam vas AB; & foramen D sit æquale foramini H; sit item GF æquè altum ac vas IH; sed æquè amplum quam vas AB; foramen verò F sit æquale foramini H. His positis.

Velocitas sectionis L ad velocitatem sectionis H componitur ex rationibus velocitatũ sectionis L ad eam sectionis vasis CD; & ex hac velocitate ad illam sectionis E; & ex velocitate sectionis E ad illam sectionis O; verùm velocitas sectionis L ad illam sectionis vasis CD, est vt lumen B ad lumen D, siue H (hoc enim ostendimus in prop. 7. huius); velocitas verò sectionis vasis CD ad velocitatem sectionis F est in subduplicata ratione altitudinis C ad G, siue ad I; & velocitas sectionis E ad illam sectionis O, est reciprocè vt sectio G ad E, vel ad L; ergo ratio velocitatum sectionis L ad illam sectionis O, est composita ex rationibus luminum, ex reciproca basium, & ex subduplicata altitudinum, quod &c.



DE

DE FLVMINIBVS.

TRACTATVS QVARTVS.

SVPPOSITIONES.

I.



Vpponimus vnamquamque sectionem fluminum esse secundùm omnes sui partes æquè velocem. Licet hæc suppositio videri possit non vera, cum flumina medio velocius, quam iuxta ripas ob superficiem earundem inæqualem, atque asperam, ferantur; necesse est tamen more mathematico ab his abstrahere, vt locus sit demonstrationi; perito deinde linquimus rem denuo sic vestire, aut exuere circumstantijs, vt ad id, quod verum est quam proximè accedat.

II.

Accipimus aquam eodem pacto in oppositum sibi obijcem inuehi quemadmodum ventus in velum alicuius nauigij; quare sicut momentum huius crescit, quo aperitur maior veli pars, sic aquæ momentum fit validius vbi impellens sectio alicuius fluminis, & per consequens petita aggeris pars fuerit maior; Itaque hoc modo statuimus quemadmodum debeat in fluminibus concipi corpus impellens, ex quo vna cum velocitate allidentis sectionis consurgit, ac intelligitur fluminis momentum.

III.

Nullum corpus quatenus graue potest ex se moueri, nisi simul descendat.

Hinc sequitur, si vas plenum aquâ in aliquo nauigio statuatur, liberque ipsi aditus permittatur infra basim, dum ipsum nauigium vehitur à flumine, maiori tempore, sed insensibili exhauriri, quam si aqua exiret immobili vase. Nam si vas rueret totali suo momento, quamdiu descenderet nihil aquæ efflueret; quia vniuersa aqua tanquam pars vasis rueret ex æquo cum ipso; contra immobili existente vase, diximus in scholio prop. primæ, vbi de vasis egimus, cylindrulum illum aqueum foramini vasis incumbentem

eatenus descendere, quatenus exprimitur à circumiecta aqua.
Iam in casu nostro, cum vas, nec totalem descensum, nec omnimodam quietem habeat, propter imperceptibilem descensum ortum ex decliuitate fluminis, hinc fit, vt minus aquæ transmittat motum secundo flumine, quam eodem tempore permanēs in statu quietis.

IV.

Si fuerit corpus grauius specie, quam aqua, sed intus ita excauatum, vt positum in aqua nec ascendat, nec descendat, huiusmodi corpus demersum in flumine; assumimus moueri eodem pacto, eademque velocitate qua mouetur aqua eiusdem fluminis; nam intelligi potest per modum partis eiusdem currentis aquæ.

Hinc obiter inferri potest inæqualem grauitatem corporum oriri precisè ex maiori, vel minori raritate, quæ est instar cuiusdam cauitatis, quâ sublatâ haberent corpora mole æqualia idem pondus; Hoc fit manifestum in casu proposito, atque idem arguere licet in vniuersum. Nam corpus illud sic excauatum non differt à quantitate eiusdem molis, nisi, quod naturâ suâ aqua sit rarior, hoc verò densius, ideoque indiget excauari, vt reducatur ad æqualem grauitatem, quod ita demonstratur. Corpus illud sic excauatum, vt diximus, intelligitur veluti pars fluentis aquæ, ergo momentum huiusmodi corporis erit æquale momento eiusdem aquæ fluentis in eadem apparenti mole in qua est illud; sed momenta (ex mechanicis) componuntur ex rationibus velocitatum, ac corporum; ergo cum velocitates sint æquales, erunt etiam corpora in quantitate æqualia, sed sunt æqualia etiam in pondere ex insidentibus humido Archimedis, ergo omne discrimen est in minori, vel maiori raritate, quod &c.

V.

Dato vase infra perforato, in quo, beneficio canalis influentis, in eadem altitudine perseueret aqua; si in libella eiusdem aquæ statuatur corpus illud sic excauatum; supponimus descensurum æquè velociter, ac ipsæ sectiones. Nam aqua quæ ex canali in vas immittitur non prohibet quin iam ingesta descendat; cum igitur ipsum corpus concipiatur per modum partis ipsius ingestæ aquæ mouebitur omnino eodem modo.

His omnibus positis puto me in tam difficili, & lubrico argumento nonnulla posse ostendere vtilia, atque iucunda.

PROP.

PROP. I. THEOR. I.

SI solidum corpus demittatur in flumen, dico velocitatem quam habet à flumine ad velocitatem fluminis in eodem loco, si non esset corpus illud, esse reciprocè, vt tantundem aquæ occupantis dicti corporis locum ad ipsum corpus.

Nam si solidum immersum, ita excauatum esset, vt ex suppositione quarta concipi posset instar partis aquæ fluentis, esset æquè velox, ac ipsum flumen; sed quodcunque sit corpus, impellitur eodem semper fluminis momento; ergo cum momenta amborum corporum sint æqualia, necesse est, vt velocitas vnius corporis ad velocitatem alterius sit reciprocè vt corpus ad corpus.

COROLLARIVM.

Hinc deducitur si corpus immersum fuerit grauius aqua fluminis, esse velocitatem eiusdem fluminis ad illam demersi corporis, quam ab impetu fluminis habet, vt totale eiusdem corporis pondus ad partem illam grauitatis, quæ ratione aquæ detrahitur: nam ex prop. 7. Arch. de ijs quæ vehuntur in humido, corpora humido grauiora, si in ipso sint fiunt tantò leuiora, quanta est grauitas humidi molem habentis solidæ magnitudini æqualem.

PROP. II. THEOR. II.

SI sit prismaticum, seu cylindricum vas semper plenum aquâ, aut ad eandem altitudinem seruatâ, licet deorsum ex foramine defluat; dico si corpus grauius aqua in ipsa demersum sit, momentum quod habet ab impulsu descendentis aquæ ad illud quod à sola grauitate in aqua quiescente, esse, vt est differentia totius momenti, quo corpus nititur deorsum in aqua vasis descendente, & eius momenti, quod idem corpus habet in aqua stagnante, ad hoc ipsum momentum, id quod satis per se patet.

PROP. III. THEOR. III.

SIT flumen, in quo suspensum detineatur corpus grauius specie, quam aqua; directio fili quo sistitur idem graue sit C A, quæ occurrat fluminis libellæ in B, & erecta perpendiculari C D vsque *Fig. 3. Tab. 7.*

ad

ad libellam, iungatur BD. Dico momentum, quod habet à fluminis impetu, ad illud quod à grauitate in ipsa aqua esse vt BD ad DC.

Quoniam funiculus CA in sua directione librat mobile C affectum duabus virtutibus, horizontali nempe, ac perpendiculari; si virtus librans statuatur CB, erit CD virtus perpendicularis, & BD horizontalis; quare momentum grauis à flumine ad momentum eiusdem à grauitate, est vt BD ad DC, quod &c.

PROP. IV. PROB. I.

Fig. 4. Tab. 7. PRopositis duobus locis eiusdem, vel duorum fluminum, vtriusque velocitatem vnius penduli artificio inuenire.

Sint duo loca F, Q eiusdem, vel duorum fluminum, quorum velocitates sint vtrobique vestigandæ. Tam in F, quam in Q sistatur deinceps idem corpus ✠ ope funiculi ✠ L, aptata deinde ad inclinationem funiculi L ✠ Q normâ MLN, itaut perpendiculum ex M pendens notet longitudinem LP; idem fiat in inclinatione L ✠ F eâdem normâ MLN, & inueniatur longitudo à perpendiculo designata LO: dico velocitatem fluminis in Q ad velocitatem fluminis eiusdem, vel alterius in F, esse reciprocè vt LO ad LP. Sint fluminum libellæ TR, VS, intelliganturque QR, FS perpendiculares à corpore ✠ vsque ad illas libellas perductæ. Ex antecedenti propositione momentum corporis ✠ in Q, acceptum à flumine, ad momentum acceptum à grauitate eiusdem corporis in aqua, est vt TR ad RQ, siue vt LM ad LP. Item in F, momentum corporis ✠ à grauitate, ad momentum illius à flumine, est vt SF ad VS; hoc est vt OL ad LM; ergo ex perturbata, erit OL ad LP, vt momentum eiusdem grauis à flumine in Q, ad momentum ipsiusmet corporis à flumine in F; at si intelligatur in vtroque loco corpus ita excauatum, vt concipi possit per modum partis fluminis vel fluminum, habebit huiusmodi corpus eadem momenta in ijsdem locis, quæ habuit immersum corpus ✠; ergo vt momentum ab impetu fluminis in Q excauati corporis ad momentum ab impetu fluminis eiusdem excauati corporis, ita erit OL ad LP. Quia verò est idem corpus quod impellitur à flumine, imò eadem pars fluminis; erunt momenta inter se vt velocitates, & ideo velocitas fluminis in Q, ad velocitatem fluminis in F, erit vt OL ad LP, quod &c.

SCHO-

SCHOLIVM.

Hinc vides nouum artificium ad explorandas rationes velocitatum, quas habent flumina.

Si verò in quocunque loco semel mensus fueris prædictam penduli declinationem docebo te sequenti propositione, quomodo dato tempore possis in quouis loco pronuntiare quantitates aquarum per locum illum decursas.

PROP. V. PROB. II.

Dato fluminis loco, ibique eiusdem fluminis sectione, inuestigare quantitatem aquæ, quæ per eandem sectionem effluit tempore assignato.

Sit fluminis locus F, cuius libella V S; datum verò tempus ✠, debemus inuenire quantitatem aquæ fluentis per datam sectionem X, tempore ✠. Esto vas prismaticum, cuius amplitudo, seù sectio sit R; hoc admoueatur salienti cuidam vniformi, quę aquam vasis, licet effluentem ex foramine inferiori, ad eandem altitudinem seruet. In hoc statu, ponderetur corpus penduli F L, sitque deprehensum pondus P Q: idem corpus ponderetur in stagnanti aqua, inueniaturque pondus P B, quod erit minus pondere P Q ex vi Supp. 5., eritque differentia B Q; mensuretur deinde quantitas aquæ, quæ in vase est, sitque V; Tempus verò quo exhauritur vas cessante aqua influente sit T. His semel exploratis habebimus regulam vniuersalem ad dimensionem aquæ fluminum in quocunq; loco. Aptetur enim pendulum F L in flumine, & inclinationi fili F L aptatâ normâ N L M, perpendiculum M O designet interuallum L O; tum fiat P B ad B Q, vt L O ad C; & V ad Z componatur ex rationibus datis, R ad X, ex dimidio temporis T ad ✠, & C ad L M: dico Z esse quantitatem aquæ elapsam per sectionem X tempore ✠; quod ita demonstro. *Fig. 3. Tab. 7.*

Momentum corporis F à flumine, ad momentum eiusdem corporis à descendente aqua in vase, est in ratione composita momenti eiusdem corporis à flumine, ad momentum illius à grauitate in aqua stagnante, & ex hoc momento ad illud ab aqua in vase; est autem prior ratio L M ad L O, altera verò B P ad B Q, siuè L O ad C; ergo ex æquali momentum ab impetu fluminis, ad momentum eiusdem corporis ab impetu aquæ vasis, erit vt L M ad C; sed

mo-

momentum corporis F ab impetu fluminis, est æquale momento ab eiusdem fluminis impetu corporis sic excauati in eadem mole apparenti, vt per modum partis fluminis concipi possit; Item momentum corporis F ab impetu aquæ, quæ est in vase, est æquale momento quod habet corpus illud ita excauatum ab impetu descensus prædictæ aquæ, per modum cuius concipi potest; Cumq; hoc corpus sic excauatum vtrobique sit idem; ergo vt momenta inter se, ita velocitates eiusdem excauati corporis, seu aquæ in vtroque loco; est ergo velocitas fluminis in F, ad velocitatem aquæ vasis, hoc est velocitas sectionis X ad velocitatem sectionis R, vt LM ad C. Deinde quia tempus T illud est, quo exhauritur vas; eoque tempore decrescit velocitas C in modum grauium si ex humili in altum iaciantur; ergo dimidio temporis T per eandem sectionem R transibit motu æquabili eadem aquæ quantitas priori gradu velocitatis (nam hæc (ex Gal. doctrina) pertransit eandem altitudinem, quam habuit in vase vtroque modo) Quibus positis licet nobis considerare sectionem R veluti sectionem fluminis, etenim velocitatem ad æquabilitatem reduximus, vt in fluminibus. Habemus ergo sectionem X, item R; velocitatem aquæ per X ipsam LM, & per R ipsam C; deinde tempus ✠ decursus aquæ per X, ac tempus per R dimidium ipsius T, quo effluxit quantitas aquæ V; ergo cum V ad Z composita sit ex rationibus sectionum, velocitatum, & temporum prædictorum, quantitas aquæ quæ per sectionem X tempore ✠ transmittitur erit Z.

LEMMA.

Vt autem monstremus aquarum quantitates per datas fluminum sectiones assignatis temporibus transmissas, esse in ratione cōposita magnitudinum sectionum, velocitatum, atque temporum, recurrendum est ad id, quod diximus in prop. 9. de vasis. Datis nempe duobus vasis, & in eis sint quædam aquarum quantitates, quibus dentur infra bases egressus, ostendimus inquam rationem illarum quantitatum componi ex rationibus velocitatum ab initio sectionum; harum magnitudinum, & temporum quibus vasa exhauriuntur; verum quia dimidijs temporibus, ijsdemque ab initio velocitatibus perseuerantibus eadem vasa exhaurirentur; ergo cum perinde sit, ac si dictæ quantitates aquarum per flumi-

num

num sectiones æquabili motu excurrissent, patet, inquam, illas quantitates componi ex rationibus velocitatum, magnitudinumque sectionum, & temporum ipsarum decursuum, quod &c.

SCHOLIVM.

Sed quoniam ob decliuitatem fluminis perpendiculum F S non est exactè ad rectos angulos cum libellâ, ideoque in triangulo M L O simili V S F angulus qui ponitur rectus ad L aliquantulum deberet esse maior; sed ob imperceptibilem inclinationem eiusdem fluminis potest sine errore rectus intelligi. Tamen quia potest occurrere aliquis notabilis pendentia, volumus ad eundem effectum tradere exactissimum artificium.

PROP. VI. PROB. III.

Dato flumine, primò ipsius pendentiam vestigare, & deinde proportionem assignare momenti corporis immersi, quod habet à flumine, ad momentum ipsius, quod habet à pondere in aqua quiescente.

Sit flumen, cuius summa superficies B C, & horizon B D, volumus primùm inuestigare angulum D B C; deinde quæ ratio sit inter momentum à flumiue corporis immersi A, & momentum eiusdem ratione grauitatis in aqua quiescente. *Fig. 1. Tab. 8.*

Notetur primùm pondus grauis A in aqua stagnante, sitque illud S T; deinde libretur pendulum L A beneficio trochleæ conuertibilis in L, sitque pondus contrapositum ω. Applicetur consueta norma M L N longitudini penduli, adeout perpendiculum M O notet punctum O, hoc peracto, habebitur triangulum rectangulum M L O; itaque seorsim in chartâ ductâ lineâ T S Y Q, fiat angulus Q S R æqualis angulo M O L, & secetur S R æqualis ipsi ω; item facto angulo recto S R Q cadat perpendicularis R Y ab R in Q S; demum iungamus R T, quam diuisam bifariam in V nectamus in V S, & protrahamus, vt ab ipsa secemus S X æqualem V S; huic deinde ductâ parallelâ R Z: ostendam angulum Y R Z æqualem angulo D B C; & V X ad S T eam habere rationem, quam diximus, momenti corporis à flumine, ad momentum eiusdem corporis à grauitate.

Quia enim angulus Q S R est æqualis ipsi M O L, anguli verò ad R, L recti, erunt triangula Q R S, M L O similia, item ob perpendicu-

diculares LD, RY similia triangula LDO, RYS; est ergo vt SR ad RY, ita OL ad LD; itemque vt SR ad SY, ita LO ad DO; cumque LO ad DO sit ratio virtutis librantis corpus in flumine ad totalem virtutem perpendicularem, quam ipsum corpus habet in flumine (quæ quidem vi Supp. 5. maior est quam virtus à grauitate in aqua quiescente) eadem verò virtus LO ad LD est illa potentiæ librantis, ad virtutem, quam corpus merè horizontaliter habet à flumine; ergo quia SR fuit librans potentia, erit YS virtus totalis perpendicularis in flumine, & RY virtus simpliciter horizontalis à flumine; habes ergo angulum consequentem RST ipsius RSQ, seu ipsius LOM, & propterea etiam positionem perpendiculi YST, in quo est virtus ST à pondere in aqua stagnante, itemque est data positio virtutis SR; cumque à puncto V dimidium notante ipsius RT, ducta sit VSX dupla ipsius VS; patet (per ea, quæ ostendimus in primo tractatu de potentijs obliquis) esse VSX illam virtutem, quæ librat duas oppositas SR, ST, itaque SR erit illa quæ sistit duas virtutes ST, VX, mobile nempe A in flumine affectum duabus virtutibus ST, VX; sed ST est virtus, seu momentum à grauitate in aqua stagnante, sequitur ergo reliquam virtutem, seu momentum VSX oriri ab impetu fluminis secundùm illam directionem impellentis; est ergo VSX momentum corporis à flumine, & huic parallela RZ eiusdem fluminis directio; quare si intelligatur QIT perpendiculum, erit YR horizon, & YRZ angulus inclinationis cum horizonte æqualis angulo DBC pendentiæ fluminis BC cum horizonte BD, quod &c.

SCHOLIVM.

Si ergo malueris vestigare quantitatem aquæ fluminis per aliquam sectionem decurrentem secundùm veram declinationem fluminis, facilè exequeris, si in antecedenti demonstratione atque figura, substitueris VX in locum ipsius LM.

PROP. VII. PROB. IV.

Datis duobus Torrentibus in oppositum planum irrumpentibus inuenire incursuum momenta.

Fig. 7. Tab. 3. Sit oppositum planum ABCD; torrentes verò sint, quorum directiones FD, EC, qui incurrant in idem planum sectionibus

D, C;

D, C; volumus vestigare incursuum momenta.

Reperiantur primò, vt docuimus, E C, F D velocitates fluminum, & à punctis E, F agantur perpendiculares E B, F A in planum parietis, & iungantur A D, B C; patet ex elem. vnamquamque linearum transeuntium per A, & B, ac iacentium in plano parietis A B, esse perpendiculares ipsis A F, B E; quare D A F, C B E erunt anguli recti: Verum quia ex duabus virtutibus F D, E C, quas habent torrentes, producuntur virtutes F A, E B perpendiculares ad planum A B C D, & A D, B C horizontales, quæ duæ stringunt dumtaxat parietem; ergo virtutes incurrentes in parietem sunt duæ priores perpendiculares ad ipsum parietem; sunt autem incursuum sectiones D, C, ergo ex Supp. 2 erit momentum sectionis C, seu torrentis E C, ad momentum sectionis D, seu torrentis F D (est enim in quolibet loco fluminis, seu torrentis idem momentum) in ratione composita velocitatis F A ad velocitatem E B, & ex ratione sectionis D ad C, quod &c. Atque hæc dicta sit hactenus de quatuor argumentis propositis.

APPENDIX GEOMETRICA.

Ne vacet spatium in postrema figurarum tabella, addidi appendicis loco duas demonstrationes geometricas. In prima propono sectionem quandam oualem regularem tamen, quæ ostenditur non elliptica, qua posita ellipsi inuenta esset quadratura circuli. In secunda assignatur centrum grauitatis superficiei hemisphærij.

PROP. I. THEOR.

SIT recta L H in plano quodam N M H I, cuius super partem G H tanquam diametrum insistat perpendiculariter eidem plano semicirculus H C G. Tum in ipso plano circa centrum L conuertatur linea L H vnà cum erecto semicirculo C G H, donec ad eundem locum redeat vnde discesserat. Hinc generabitur solidum quoddam, quod semicircularem annulum appellabimus. Secetur modò huiusmodi annulus plano quodam, quod sit perpendiculare tum semicirculo, tum alteri plano subiecto, ita vt sectio resultans in superficie, sit linea conuexa A B C D. Quæritur modò an illa sit elliptica, nos ostendemus non esse. Sit enim, si *Fig. 3. Tab. 8.*

fieri possit elliptica, & assumpto quolibet puncto E, iungatur L E, quæ producatur vtrinque in M, & T; per hanc verò lineam planum transeat perpendiculare subiecto plano, quod secet solidum, eiusque sectio sit K B I, quæ semicirculus erit, vtpote eodem pacto posita, ac genitrix figura G C H. Deinde quia duo plana A C D, G C H sunt perpendicularia eidem subiecto plano A N M D; erit item communis sectio F C eidem plano erecta, & propterea perpendicularis duabus A D, I K; ex quo sequitur etiam duas B E, F C inter se æquidistare. Protractâ nunc H L in N; quia A B C D conuexa linea ponitur elliptica, cuius axis esset A D (nam præconcepto annulo tanquam genito ex rotatione integri circuli G C H, omnino similis ex altera parte prodiret sectio, si planum nempe A B C D protraheretur) erit rectangulum A F D ad ipsum A E D, vt C F quadratum ad B E quadratum; est autem A F D rectangulum æquale rectangulo N F H, & A E D rectangulum æquale ipsi M E I, item C F quadratum æquale rectangulo G F H, & B E quadratum æquale rectangulo K E I; ergo vt N F H ad M E I rectangula, ita rectangulum G F H ad K E I; & permutando, vt N F H rectangulum ad ipsum G F H, ita M E I rectangulum ad ipsum K E I. Diuisis itaque primâ, & secundâ per communem altitudinem F H; tertia verò, & quarta per communem E I; erit vt N F ad G F, ita M E ad K E; sed diuidendo, permutandoque, erit N G ad M K, vt G F ad K E; cumque N G æquetur M K, etiam G F æquabitur K E; quod vtique falsum est, nisi in casu, quo D F sit æqualis ipsi A E; non est ergo ellipsis prædicta sectio.

PROP. II. PROB.

Centrum grauitatis superficiei hemisphærij est in medio axe. Sit hemisphærium I G M, cuius basis I M, & axis K G; secetur bifariam in L. Dico punctum L fore centrum grauitatis superficiei hemisphærij.

Fig. 5. Tab. 8.

Intelligatur super planum eiusdem basis aliud Hemisphærium A C E, cuius axis K C sit sesquitertius axis K G. Ductis duobus quibuslibet radijs K F D, K H B manifestum est omnes lineas K E, K D, K B, K A in eadem ratione sesquitertia secari, in qua scilicet secta fuit K C à superficie suppositi hemisphærij. Sint puncta

di-

diuisionum M, F, G, H, I. His positis considerentur eæ lineæ, vt innumerabiles, ac inter se ęquales, similiterq; positi coni; qui, vnà cũ interiectis conicis æqualibus inter se, & similiter positis, impleāt totam soliditatem maioris hemisphærij. Cum igitur centra grauitatis conorum omnium K E, K D, K C, K B, K A &c. sint puncta M, F, G, H, I &c. erit pondus illorum expansum in tota superficie minoris hemisphærij, item pondus conicorum; ideoque centrum grauitatis superficiei minoris hemisphærij erit centrum grauitatis conorum, & conicorum, atque compositæ magnitudinis ex ipsis. Verum composita magnitudo ex conis, conicisque est ipsum hemisphærium; ergo cũ centrum grauitatis maioris hemisphærij sic diuidat axem, vt pars quæ est ad verticem sit ad reliquam vt 5 ad 3; erit componendo axis C K ad partem versus centrum sphœræ vt 8 ad 3. Verum idem axis, est ad axem minoris hemisphærij, vt 8 ad 6; ergo ex æquali, K G dupla erit eius partis inter centrum grauitatis, & sphœræ interiectæ; quare punctum L est centrum hemisphærij maioris, hoc est centrum grauitatis superficiei suppositi hemisphærij minoris.

SCHOLIVM.

Qui processerunt methodo Caualleriana, intellexerunt quasdam innumerabiles lineas inter se æquidistantes, quæ veluti parallelogramma complerent aliquam superficiem; item innumerabiles quasdam inter se æquidistantes superficies, quæ vt totidem parallelepipeda componerent alicuius corporis soliditatem; sed notatu dignum est, innumerabiles rectas lineas ex eodem puncto egredientes, posse etiam intelligi veluti totidem triangula superficiem eam implentia, in qua sunt ipsæ lineæ; item nonnulla innumerabilia plana in eandem rectam coeuntia, concipi posse vt totidem prismata soliditatem quandam generantia; & demum innumerabiles lineæ in idem punctum concurrentes possunt haberi vt quædam pyramides, coni, vel conici, ex quibus pariter resultet soliditas.

FINIS.

Tot erratis in tam exiguo opere ignosce lector; nam figuras seorsim incisas, conferre non licuit cum demonstrationibus eodem tempore impressis.

Pag.	*lin.*	*Errata.*	*Correctiones.*
7	14	libram	libra
8	13	DI	KI
8	17	MH, vt	MH, seu LI ad LH, vt
12	1 6 11 12 13 15 16	BFD, FM, FL	littera F comutari debet in E.
12	4	librantem	ex illis resultantem
16	4	ACL	ICL
17	22	AFG	GFA
17	23	GFA	AFG
17	24	ex C	ex F
18	2	DN, DM	FN, FM
18	4	DN	FN
20	22	affectum	affectio
	27	quibus	quarum
21	32	AX	XH
	36	similiterque funiculi	similiterque virtutem funiculi
22	12	VR	VE
	13	FM	EM
	14	FM	ME
32	in margine	Fig. 6. Tab. 5.	Fig. 5. Tab. 5.
39	in margine	Fig. 7. Tab. 6.	Fig. 1. Tab. 7.
42	5	sectionis H	sectionis O
47	in margine	Fig. 3. Tab. 7.	Fig. 5. Tab. 7.

IMPRIMATVR.

F. Michael Pius Torres Sac. Theol. Magister Commissarius S. Officij Mediolani.

Carolus I. Saita Laur. Basil. Archipresbyter pro Eminentissimo, ac Reuerendissimo D. D. Card. Archiepiscopo.

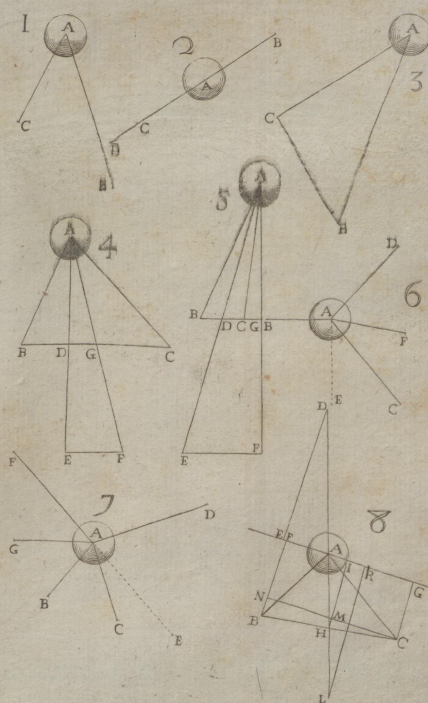
Franciscus Arbona pro Excellentissimo Senatu.



MEDIOLANI

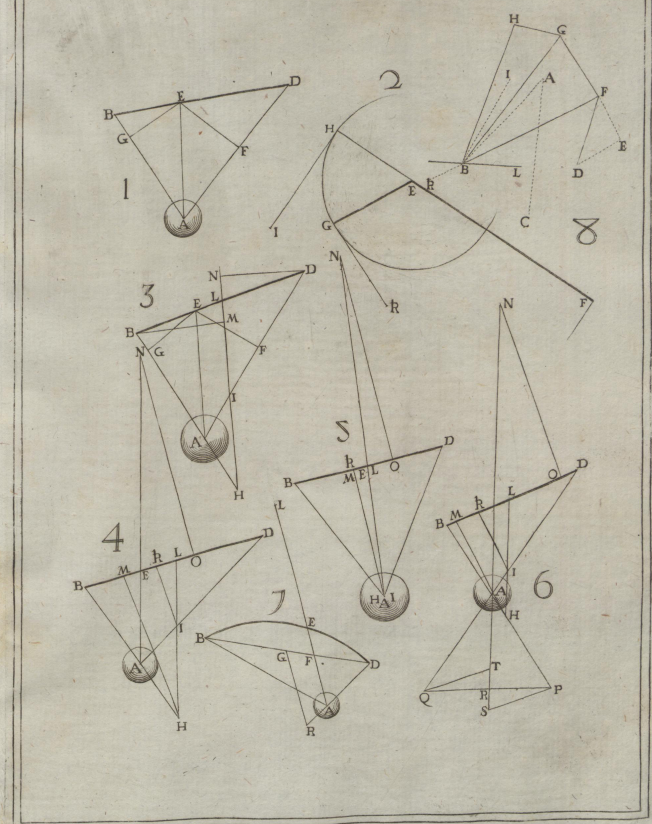
Ex Typographia Ludouici Montiæ.
MDCLXXXII.

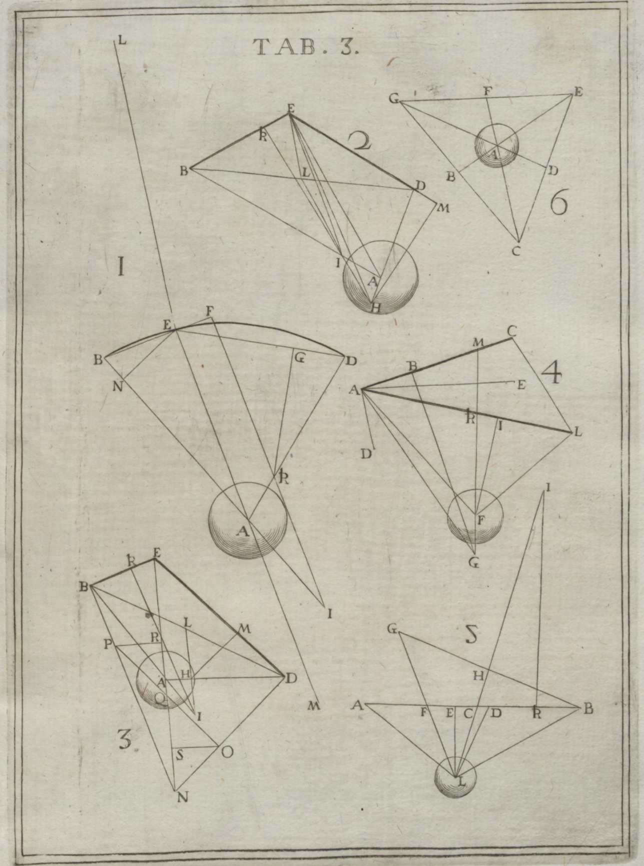
TAB. I.



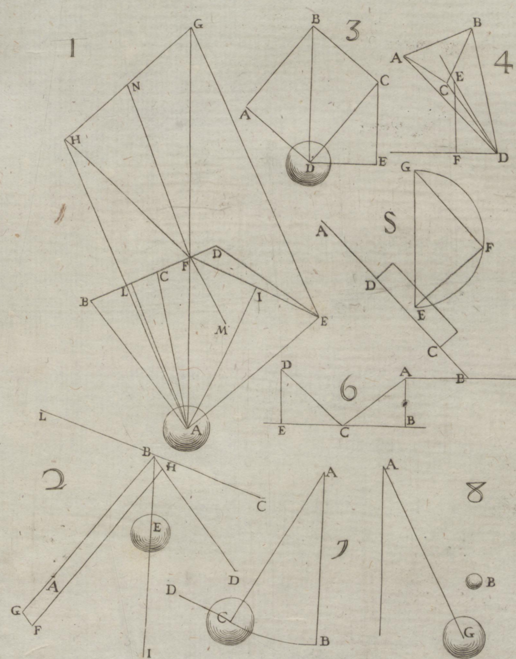
Simon-Durellus Sculp.

TAB. II.

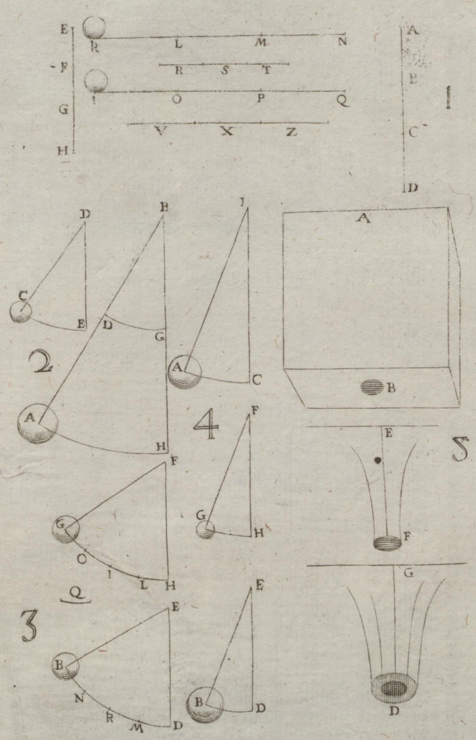


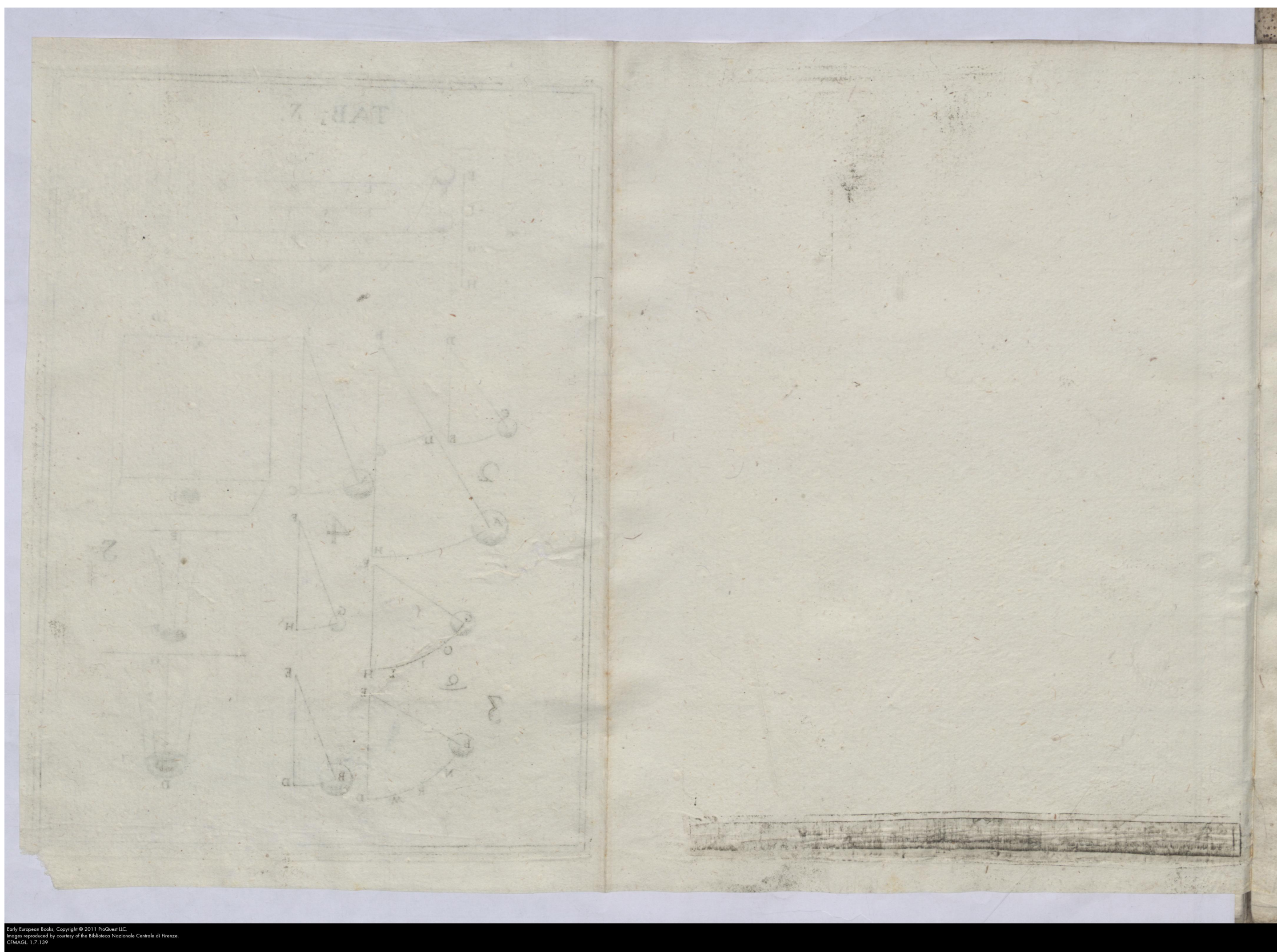

TAB. 3.
1
2
3
4
5
6

TAB. 4

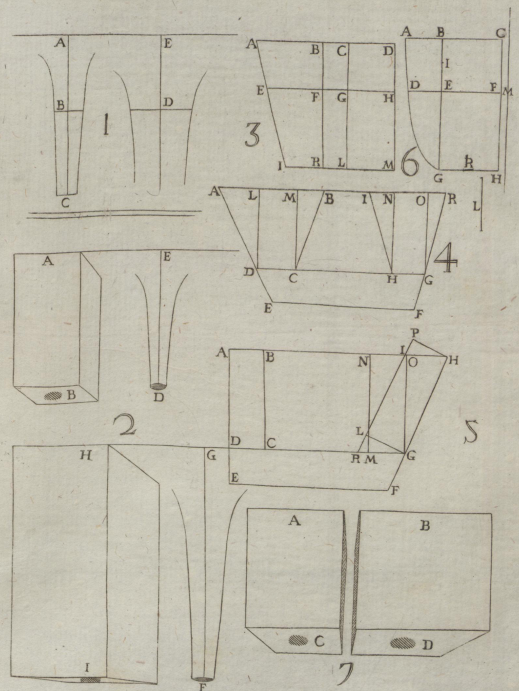

1
G
N
H
F
D
B
L
C
I
M
E
A
L
B
H
C
2
E
D
A
G
F
I
3
B
A
C
D
E
4
A
B
E
C
F
D
5
G
A
F
D
E
C
B
6
D
A
E
C
B
7
A
D
C
B
8
A
B
G

TAB. 5.

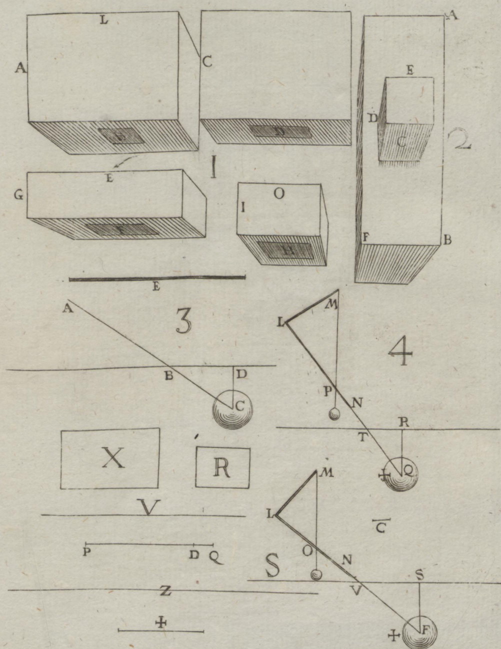


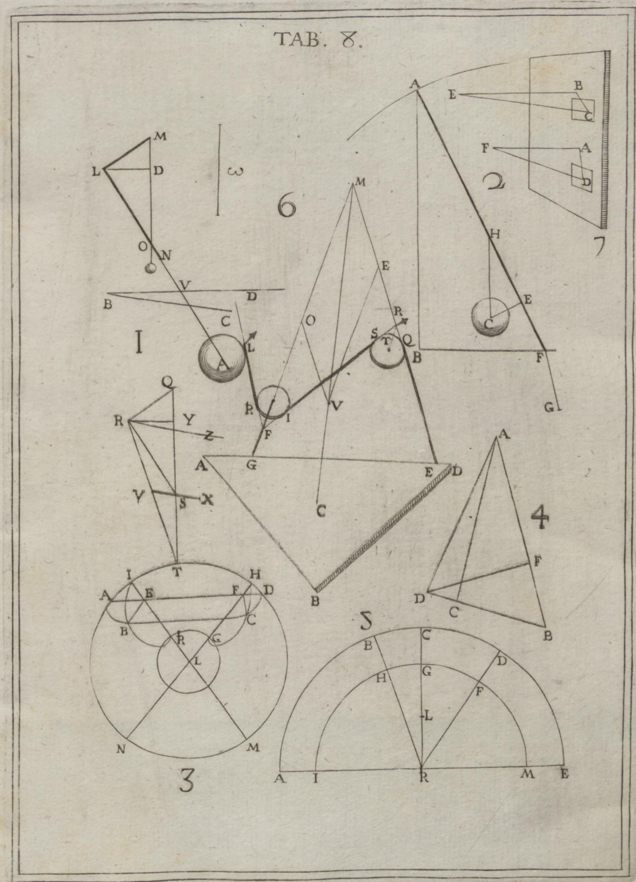


TAB. 6.



TAB. 7.




TAB. 8.
1
2
3
4
5
6
7

